

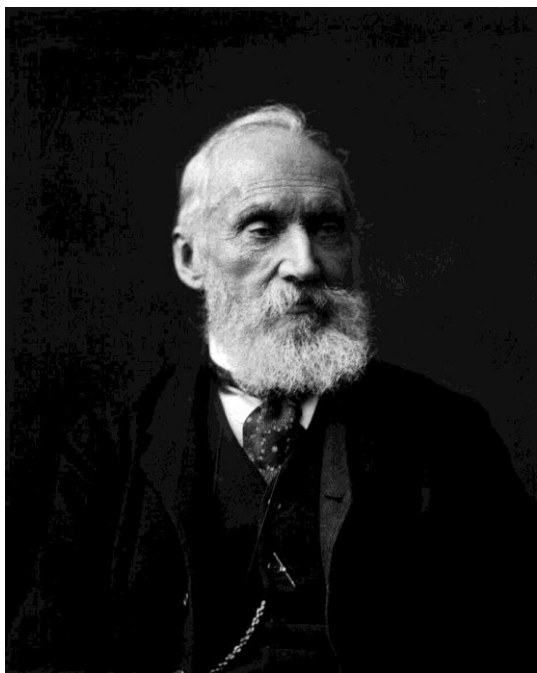


Aula 7

Fótons e ondas de matéria I

Física Geral F-428

No início do século XX, a maioria dos físicos acreditava que a Física estava completa, descrita através da Mecânica Clássica, do Eletromagnetismo de Maxwell e da Termodinâmica.



Lord Kelvin

Em 1900, Lord Kelvin, em palestra à Sociedade Britânica para o Progresso da Ciência, diz: “não há mais nada novo para ser descoberto em Física agora. Tudo que falta são medidas mais precisas....algumas casas decimais a mais...”

Exceto.... ‘duas nuvens’ no horizonte...

- 1) Explicar a **radiação do corpo negro**, e a catástrofe do ultravioleta...
- 2) Explicar o porquê da **não detecção do éter** luminífero, especialmente a ‘falha’ do experimento de **Michelson & Morley**...

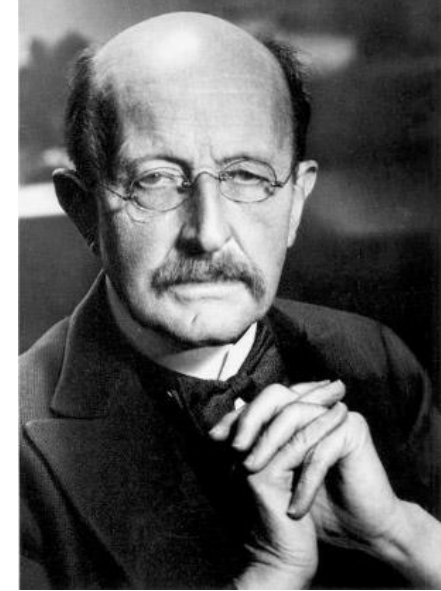
*Essas duas nuvens resultaram na **Mecânica Quântica** e na **Relatividade Restrita!***

O que se sabia em 1900:

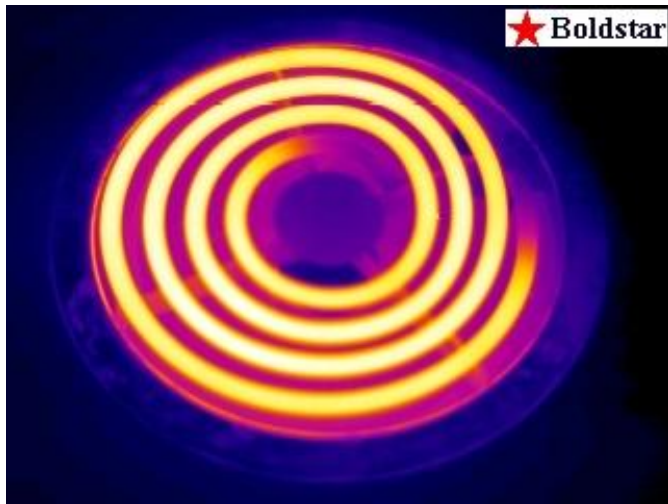
- Nosso Universo \Rightarrow sistema solar e estrelas da nossa galáxia;
- Ninguém sabia como o Sol produzia sua energia;
- Nada era sabido sobre a estrutura de átomos e núcleos;
- Duas forças eram conhecidas: as responsáveis pelas interações gravitacionais e pelas interações eletromagnéticas;
- Ninguém antecipava as mudanças na Física que estavam por vir nos próximos anos.

A radiação do corpo negro

Até agora estudamos fenômenos em que a luz é encarada como **onda eletromagnética**. Entretanto, há casos em que a explicação convencional da **teoria eletromagnética** de Maxwell **não é satisfatória**.

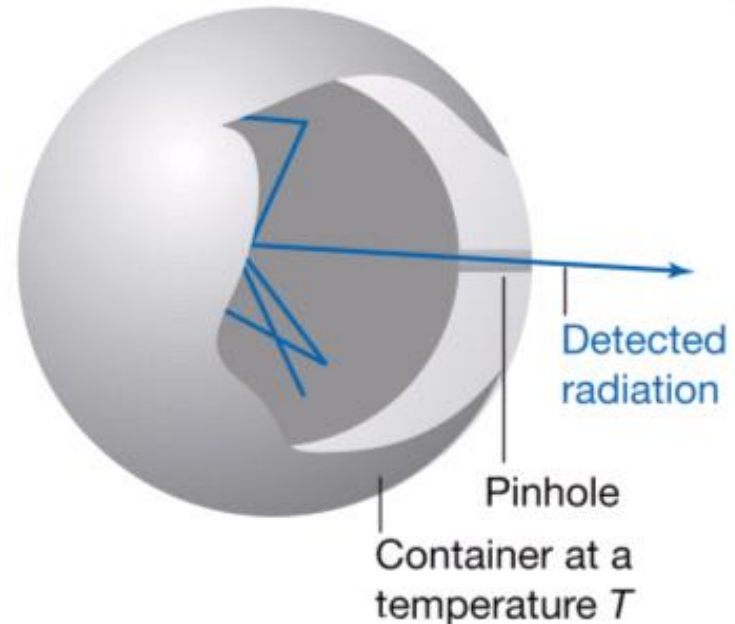


Max Planck



Material aquecido a $\sim 4000\text{-}7000\text{ K}$ emite no visível

Corpo Negro



A radiação do corpo negro

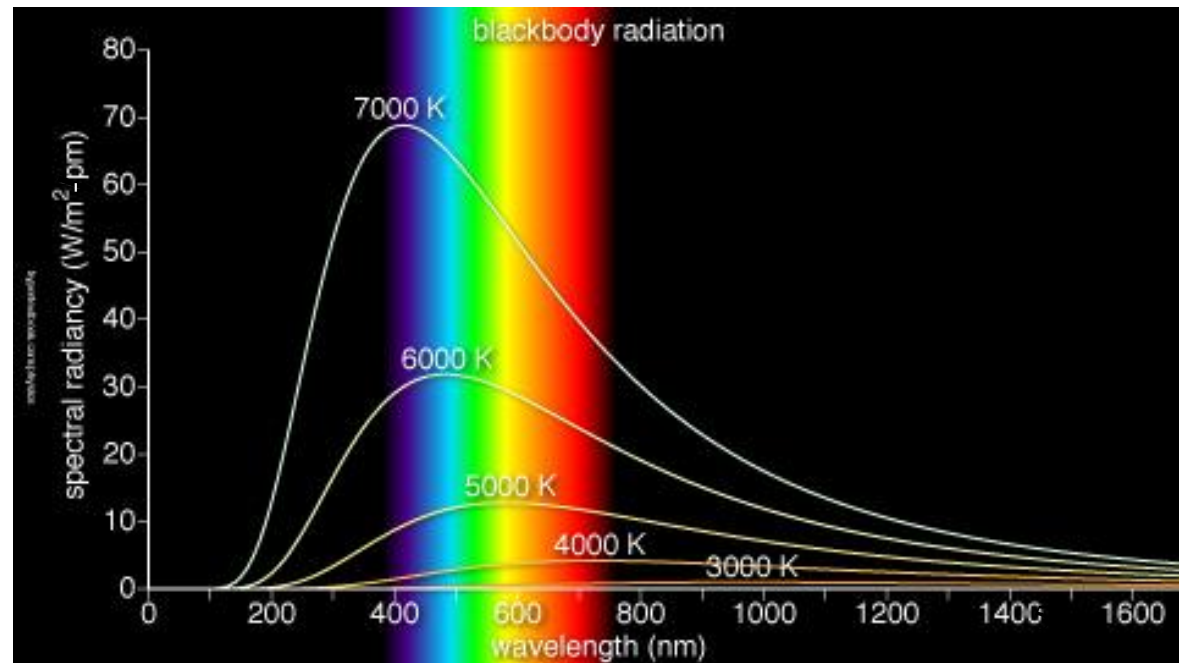
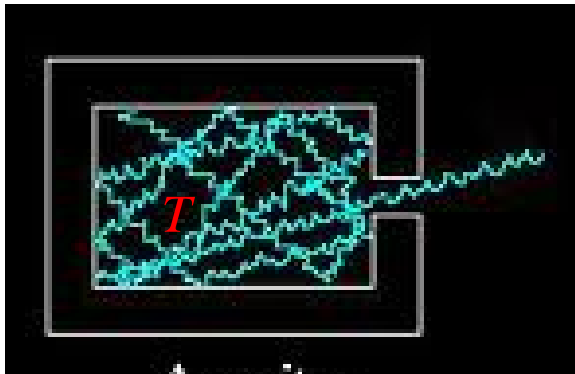
- Resultado clássico para o cálculo da **radiância espectral** (*Lei de Rayleigh-Jeans*):

Radiância espectral $S(\lambda)$: quantidade de energia radiada por unidade de área, por unidade de tempo, por intervalo de comprimento de onda.

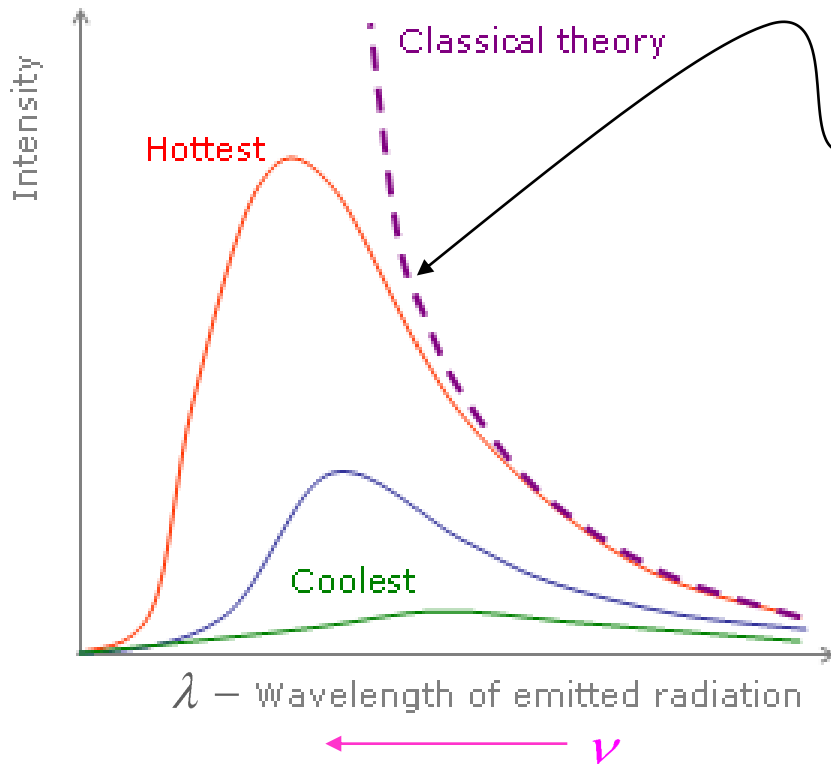
$$S(\lambda) = \frac{2\pi c k_B T}{\lambda^4}$$

$$k_B = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J / K}$$

(Constante de Boltzmann)



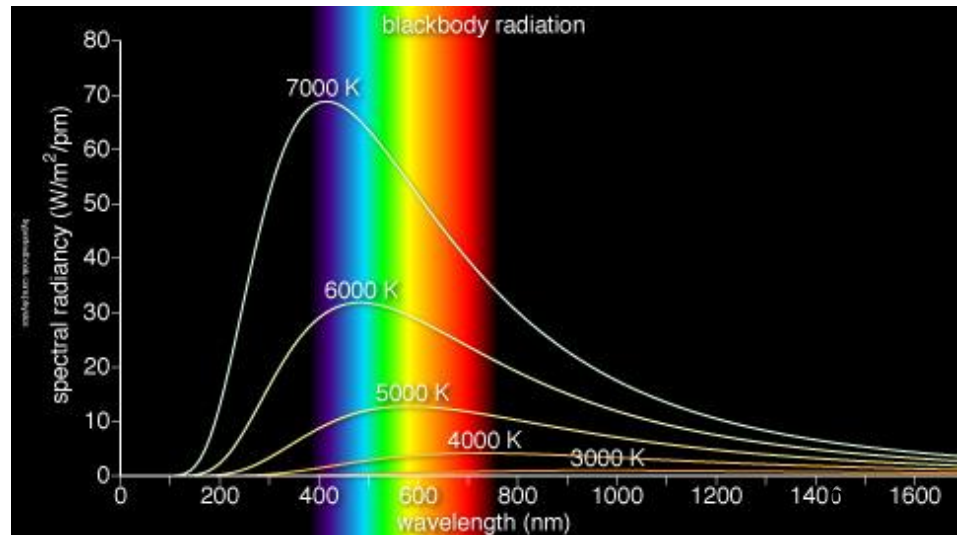
A radiação do corpo negro



$$S(\lambda) = \frac{2\pi c k_B T}{\lambda^4}$$

A lei de Rayleigh-Jeans concorda com os resultados experimentais para comprimentos de onda longos. Para comprimentos de onda curtos \Rightarrow “catástrofe do ultravioleta!”

corpo negro



A radiação do corpo negro

- Em 1900, Planck postulou uma expressão para a radiação emitida por uma **cavidade mantida a temperatura T** , em função da sua **frequência (ou do comprimento de onda λ)**. Além de descrever as suas observações, esta fórmula reproduzia também o resultado clássico da radiância espectral:

$$S_P(\lambda) = \frac{2\pi c^2 h}{\lambda^5} \left(\frac{1}{\exp(hc / \lambda k_B T) - 1} \right) \quad (\text{Lei da radiação de Planck})$$

Comparando esta expressão com resultados experimentais para várias temperaturas, Planck determinou o valor da constante h como:

$$h = 6.63 \times 10^{-34} \text{ J s} \quad (\text{constante de Planck})$$

A radiação do corpo negro

Dois limites importantes:

$$S_P(\lambda) = \frac{2\pi c^2 h}{\lambda^5} \frac{1}{\exp(hc/\lambda k_B T) - 1}$$

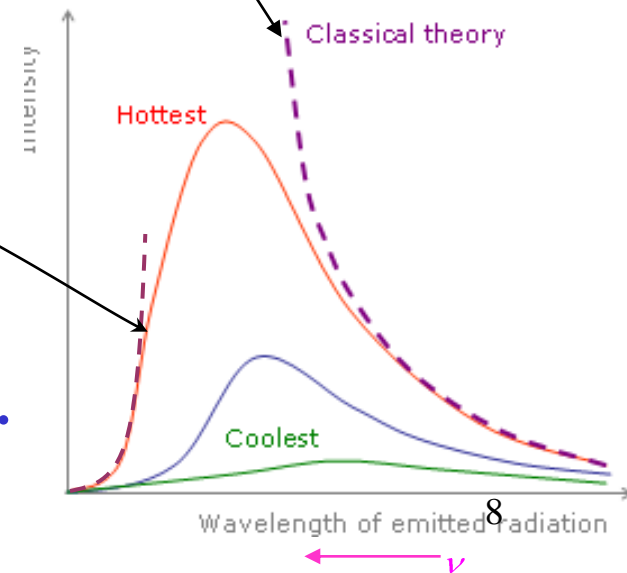
$$\text{i) } \frac{h\nu}{k_B T} \ll 1 \Rightarrow S_P(\lambda) \approx \frac{2\pi k_B c T}{\lambda^4}$$

$$\exp(hc/\lambda k_B T) \approx 1 + hc/\lambda k_B T$$

Neste limite, a expressão de Planck recai na lei de Rayleigh-Jeans da radiação.

$$\text{ii) } \frac{h\nu}{k_B T} \gg 1 \Rightarrow S_P(\lambda) \approx \frac{2\pi c^2 h}{\lambda^5} \exp\left(-\frac{hc}{\lambda k_B T}\right)$$

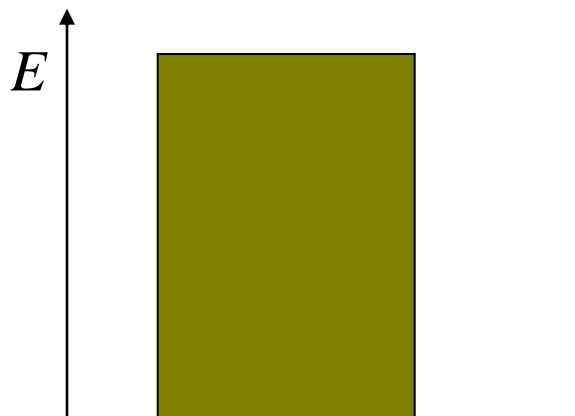
Neste limite, a expressão de Planck não tende a infinito, mas tende exponencialmente a zero.



A radiação do corpo negro

- Para obter sua lei de radiação, Planck fez a hipótese de que **a emissão e a absorção** da energia radiada pelos osciladores das paredes não se dava em quantidades contínuas, mas sim, em quantidades discretas, na forma de “**quanta de energia**” $E = h\nu$.
- Isso indicava que o movimento dos osciladores nas paredes da cavidade (que geram o campo elétrico) deveria apresentar apenas valores discretos (**quantizados**) de energia, e não contínuos, como se acreditava:

$$E_n = n h \nu \quad n = 0, 1, 2, \dots$$



Energia contínua

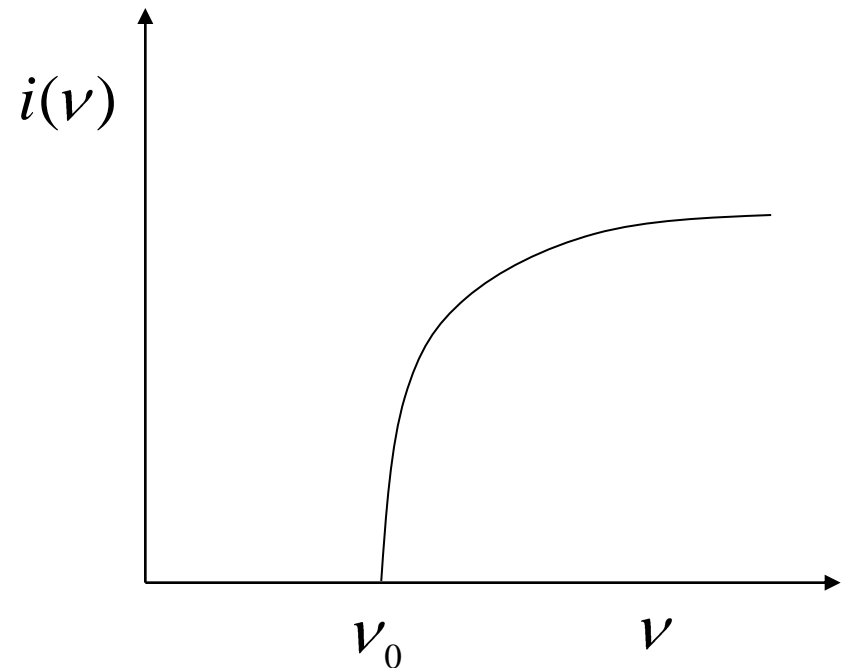
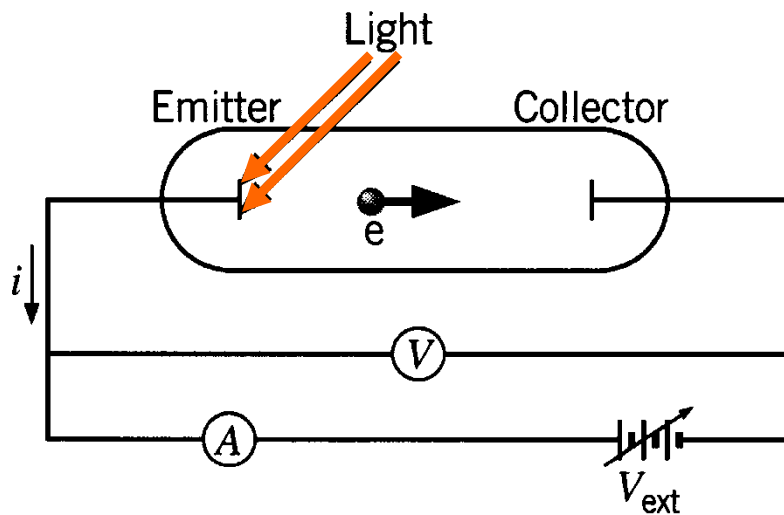
Energias discretas

A radiação do corpo negro

Max Planck acreditava que a sua hipótese era apenas um **artifício matemático**, e que o fenômeno de radiação do corpo negro ainda viria a ser explicado de uma outra forma. Ele mesmo tentou obter uma outra explicação, por muitos anos, sem sucesso.

O efeito fotoelétrico

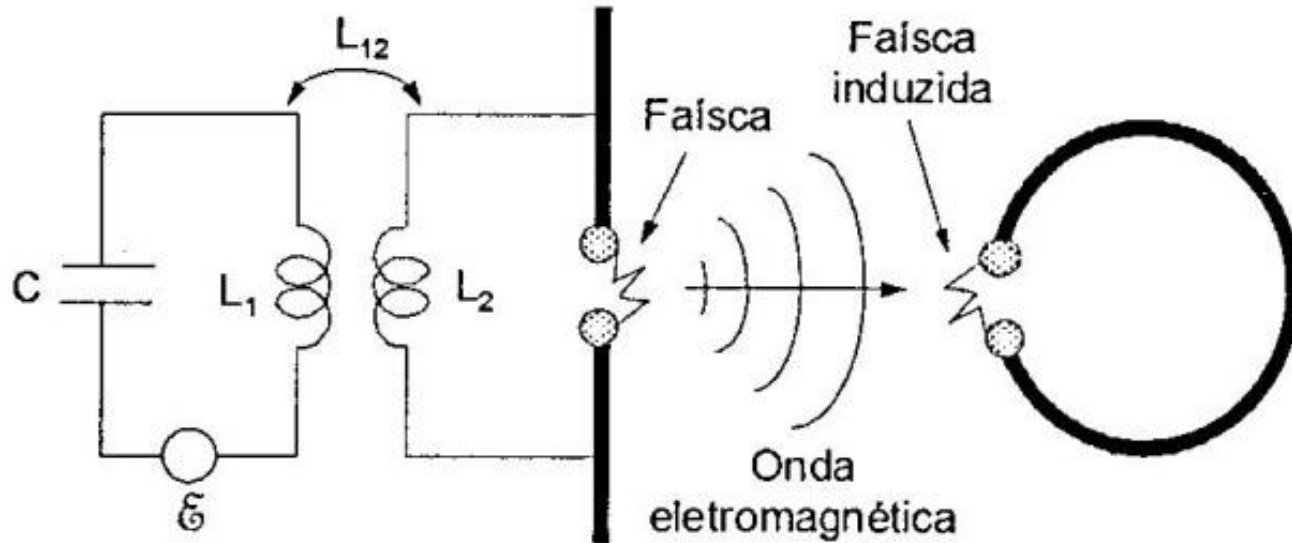
- Observado por Heinrich Hertz (1887), Wilhelm Hallwachs (1888) e outros.



- Ocorre a emissão de elétrons de uma placa metálica, quando iluminada por radiação eletromagnética. Os **fotoelétrons** emitidos, e a corrente por eles gerada, só existem acima de um limiar de frequência ν_0 , independente da intensidade da radiação.

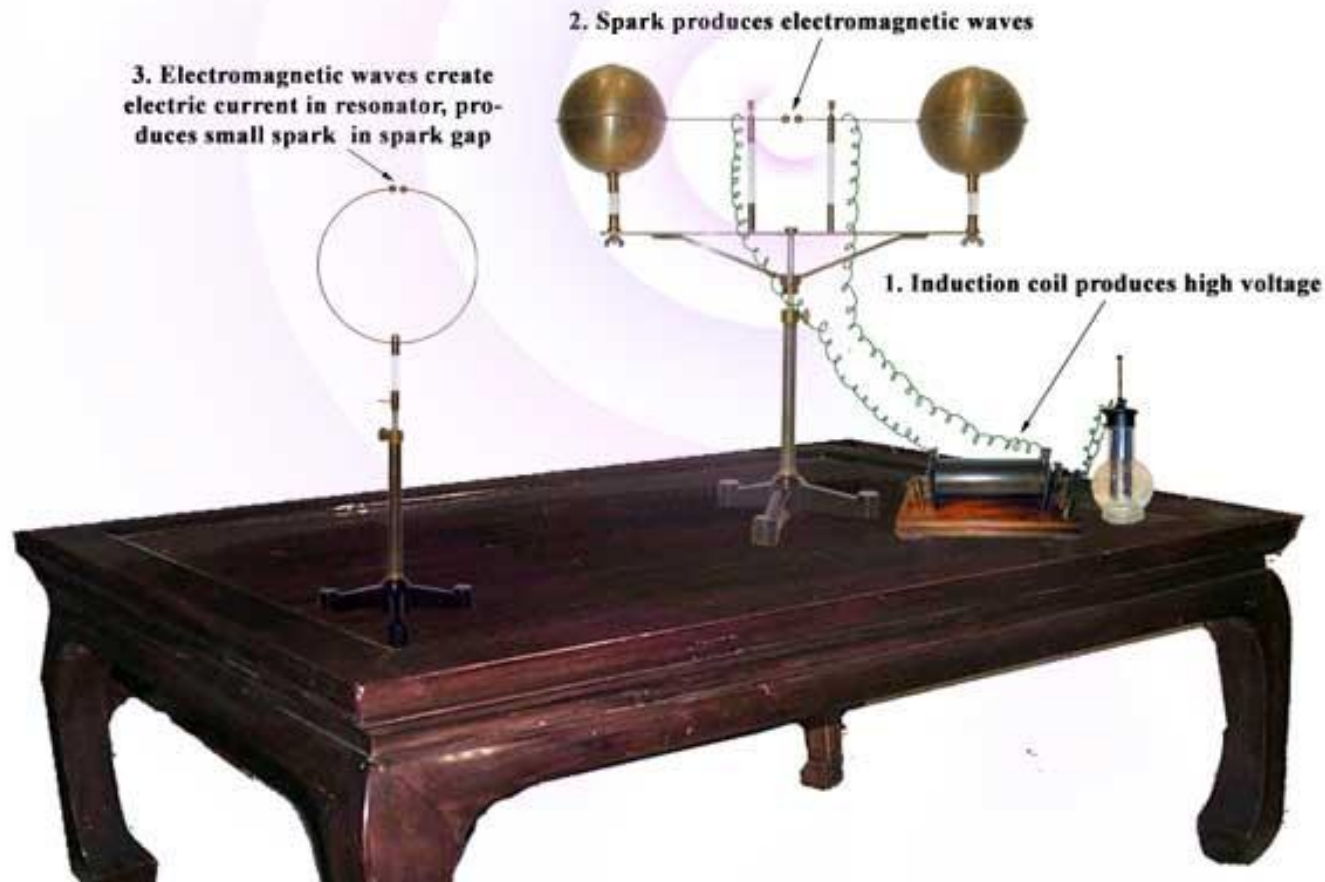
O experimento de Hertz

(1885-1889)



(Descoberta das ondas de rádio)

A confirmação experimental veio com Heinrich Hertz



O efeito fotoelétrico

• Cada elétron requer uma energia mínima ϕ para sair do metal. Assim, se fornecermos uma energia $E = h\nu$ o fotoelétron sairá com uma energia cinética:

$$E_k = E - \phi$$

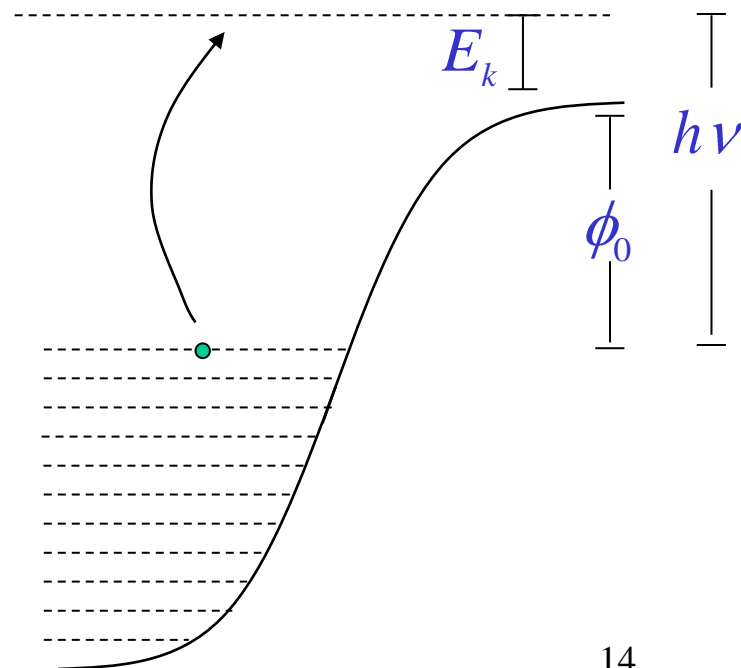
Assumindo que a absorção de energia de um elétron se dê através da absorção de um quantum, $h\nu$, teremos:

$$E_k = h\nu - \phi$$

Como diferentes elétrons necessitam diferentes energias para saírem, vamos definir o mínimo de ϕ como ϕ_0 , chamada *função trabalho do metal*.



Einstein em 1905, quando publicou sua teoria do efeito fotoelétrico – Prêmio Nobel em 1921.



O efeito fotoelétrico

$$E_k = h\nu - \phi$$



$$E_{k \max} = h\nu - \phi_0$$



$$E_{k \max} = 0 \Rightarrow h\nu - \phi_0 = 0$$

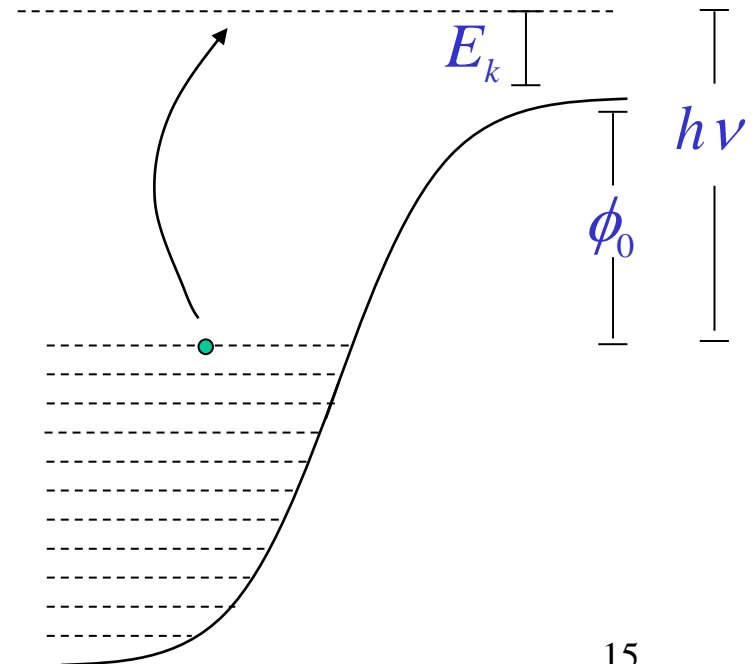


Não há emissão de fotoelétrons
para frequências abaixo de:

$$\nu_0 = \frac{\phi_0}{h} \Rightarrow \text{frequência de corte}$$

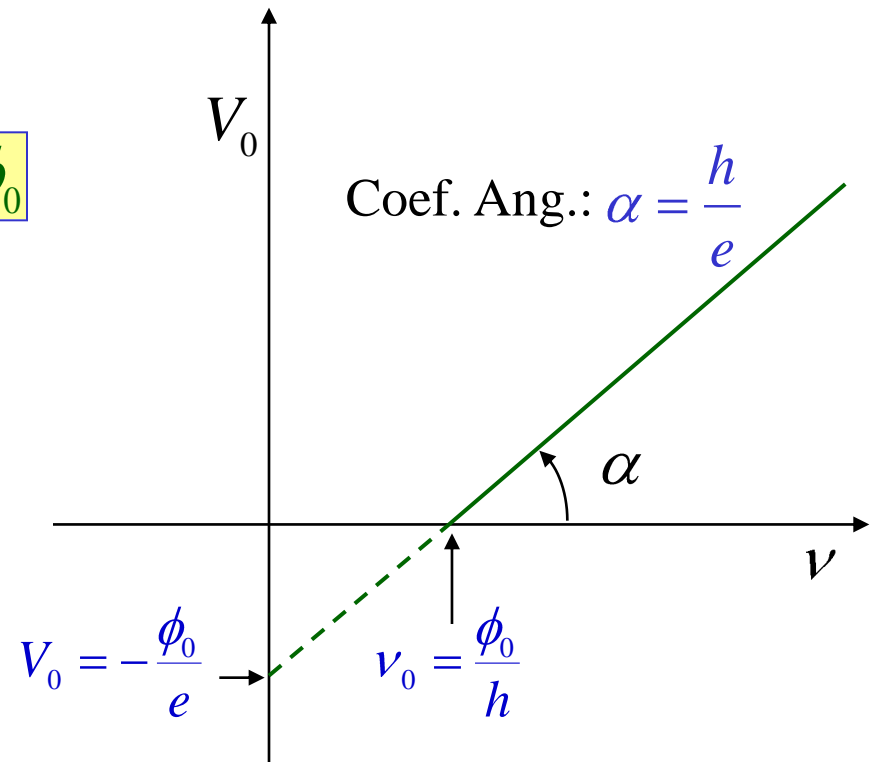
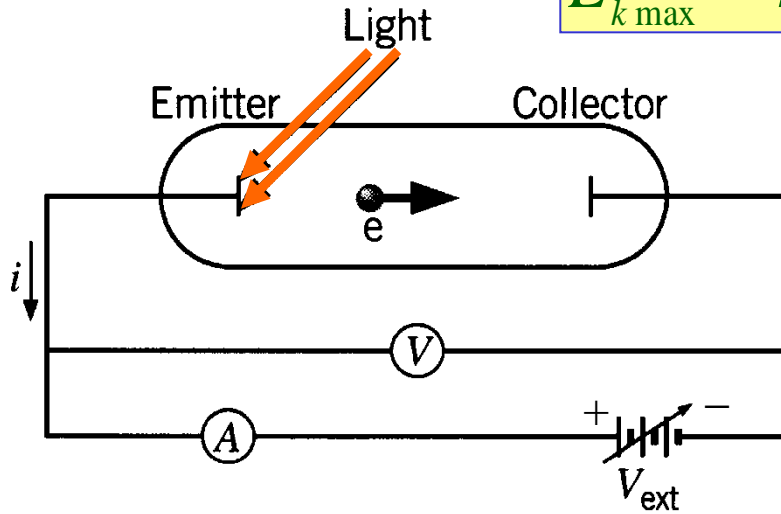


Einstein em 1905, quando publicou sua teoria do efeito fotoelétrico – Prêmio Nobel em 1921.



O efeito fotoelétrico

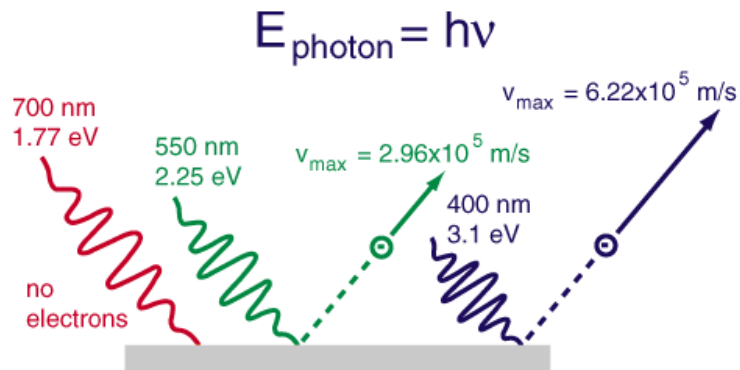
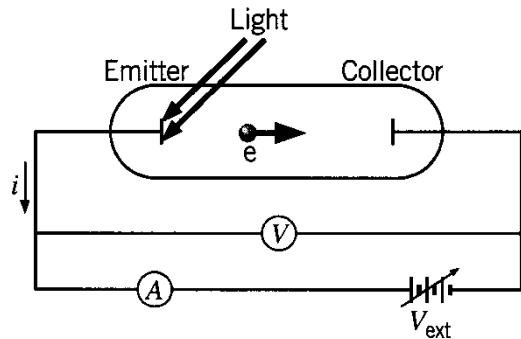
$$E_{k \max} = h\nu - \phi_0$$



$E_{k \max}$ pode ser medida pelo circuito acima, pois os elétrons são freiados por V . Assim, podemos zerar a corrente para um certo valor V_0 (**potencial de corte**):

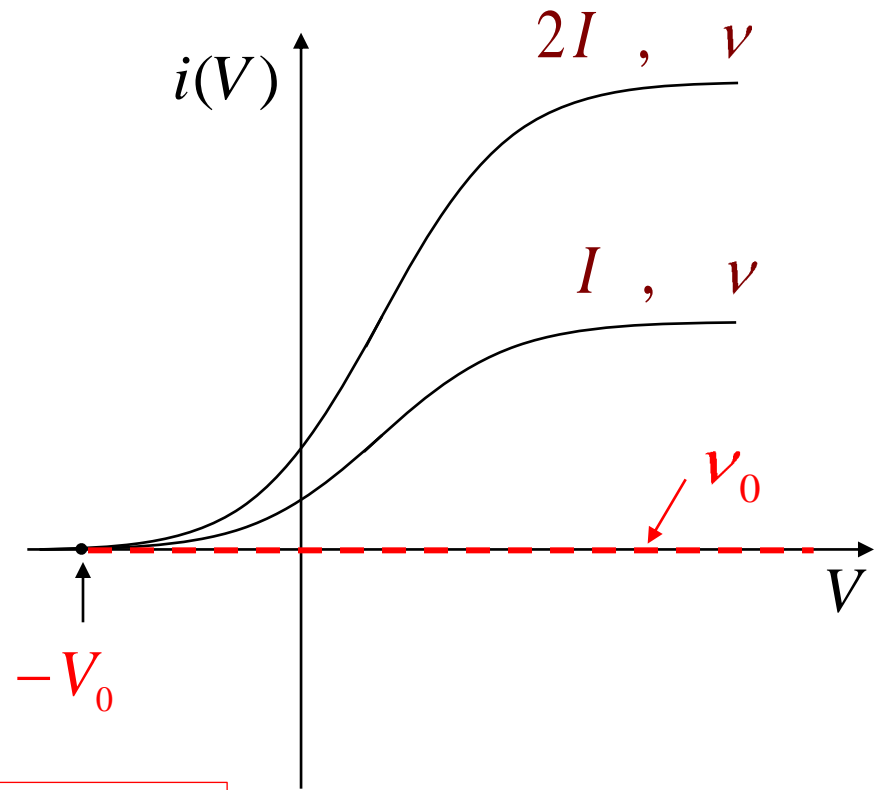
$$E_{k \max} = eV_0 \Rightarrow eV_0 = h\nu - \phi_0 \Rightarrow V_0 = \frac{h}{e}\nu - \frac{\phi_0}{e}$$

O efeito fotoelétrico



Potássio: são necessários fótons de 2.0 eV para ejetar elétrons

Unidade de energia
 $1\text{eV} \equiv 1,6 \times 10^{-19}\text{J}$



O que independe da intensidade (I) da radiação incidente são os valores de V_0 e ν_0 ; não o valor da corrente depois de estabelecida!

O fóton

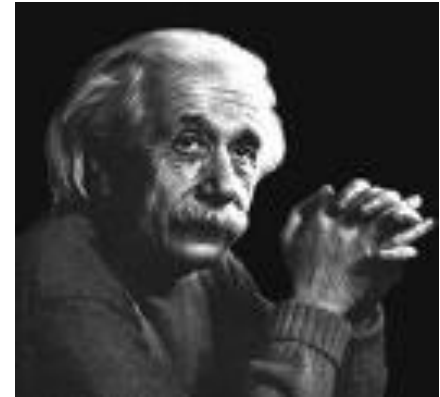
- A partir do conceito do quantum de energia, $h\nu$, e da fórmula da energia de uma partícula relativística com massa de repouso $m_0=0$, podemos escrever:

$$E^2 = m_0^2 c^4 + p^2 c^2 = p^2 c^2 \quad \longrightarrow \quad \boxed{E = h\nu = p c}$$

Portanto, o *momento linear* do quantum $h\nu$ é :

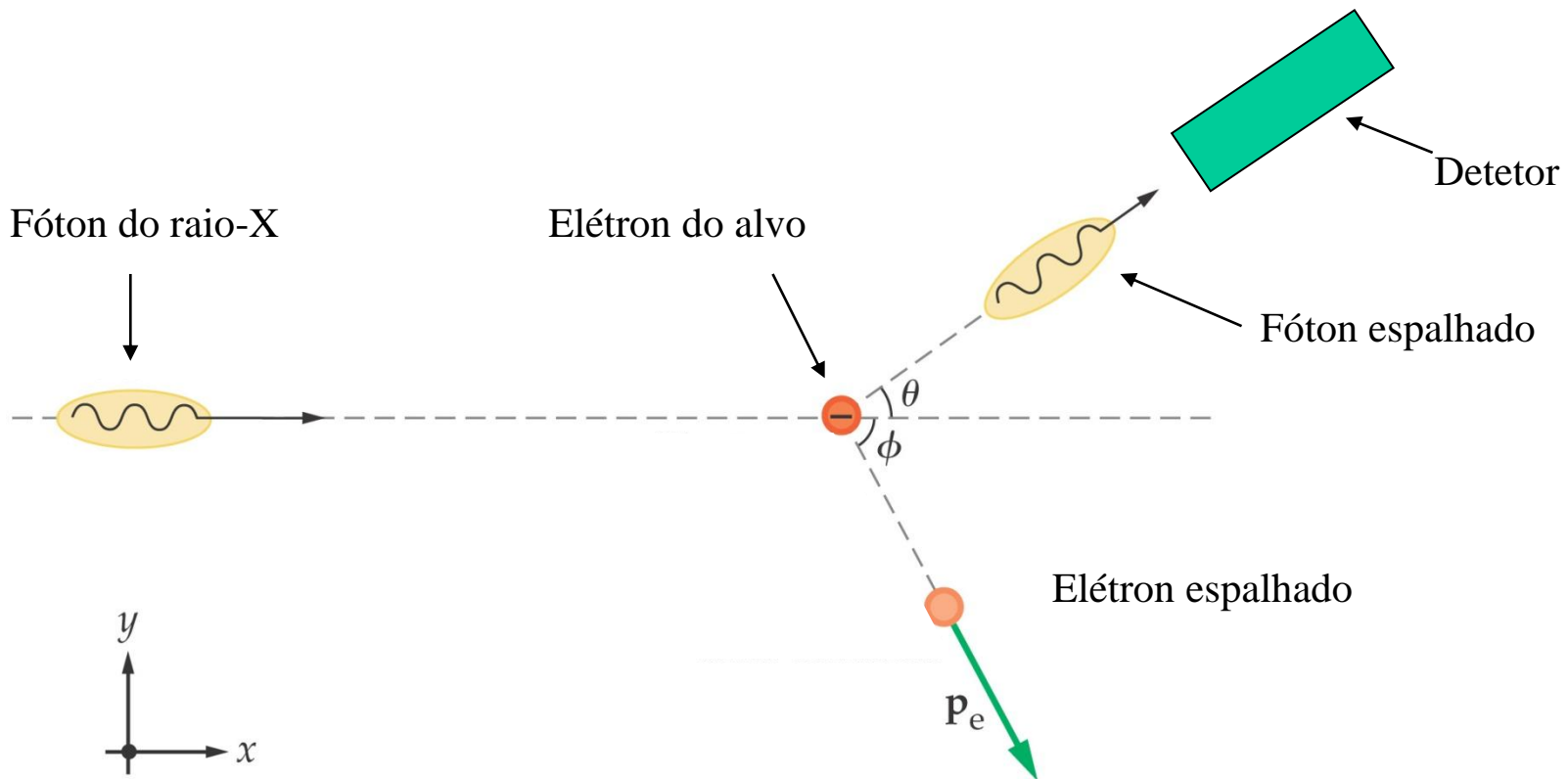
$$p = \frac{h}{\lambda} \quad \text{ou} \quad p = \hbar k ; \quad \text{onde} \quad \hbar \equiv \frac{h}{2\pi} \approx 1.05 \times 10^{-34} \text{ Js}$$

$$\longrightarrow \quad \begin{cases} \vec{p} = \hbar \vec{k} \\ E = \hbar \omega \end{cases}$$



O efeito Compton

- Em 1916, Einstein propôs que o fóton teria um momento linear $p = h / \lambda$. Esta ideia foi confirmada experimentalmente por **Arthur Compton (1923)**, ao incidir raios-X sobre um alvo de carbono:

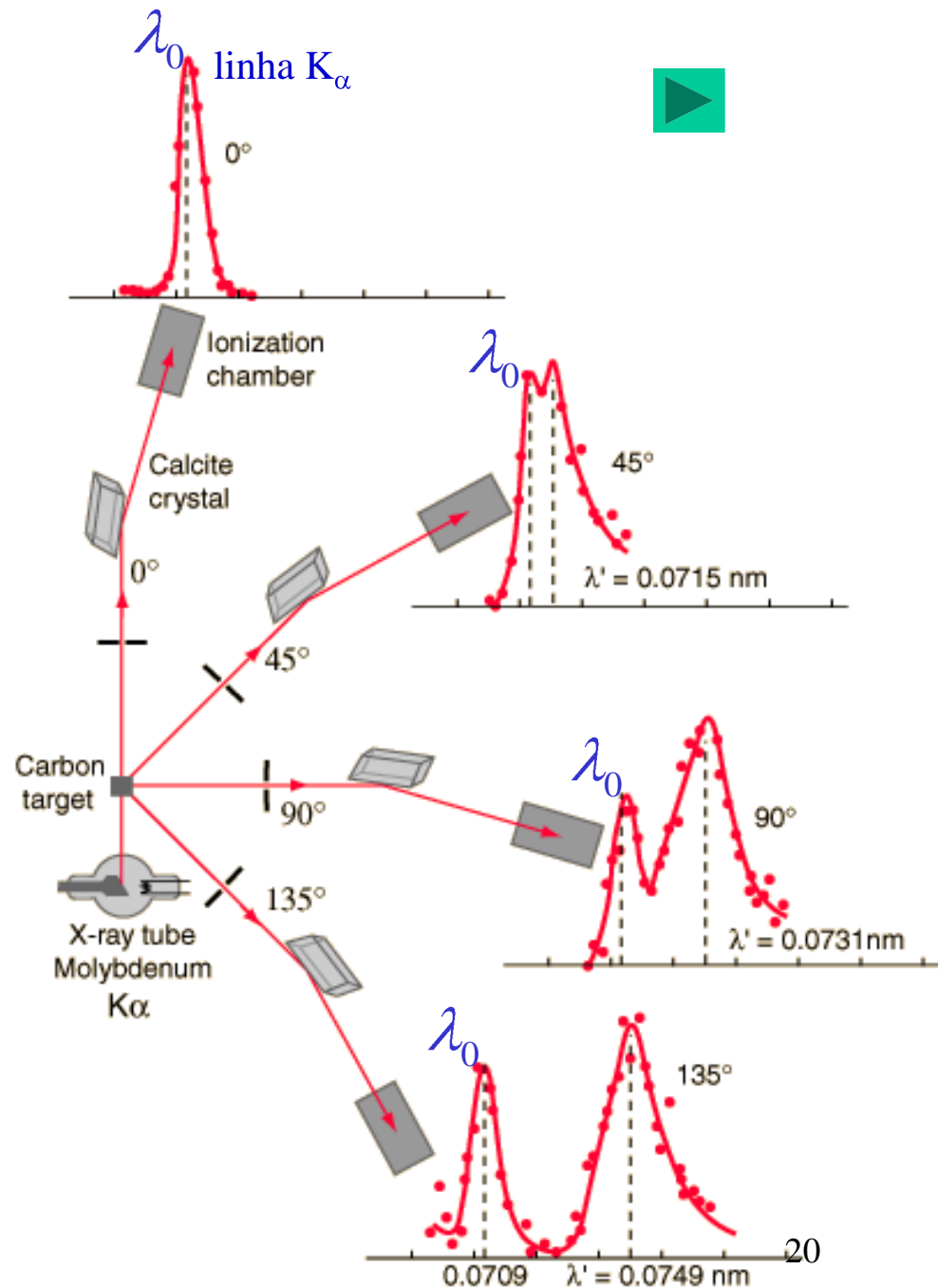
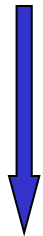


compton

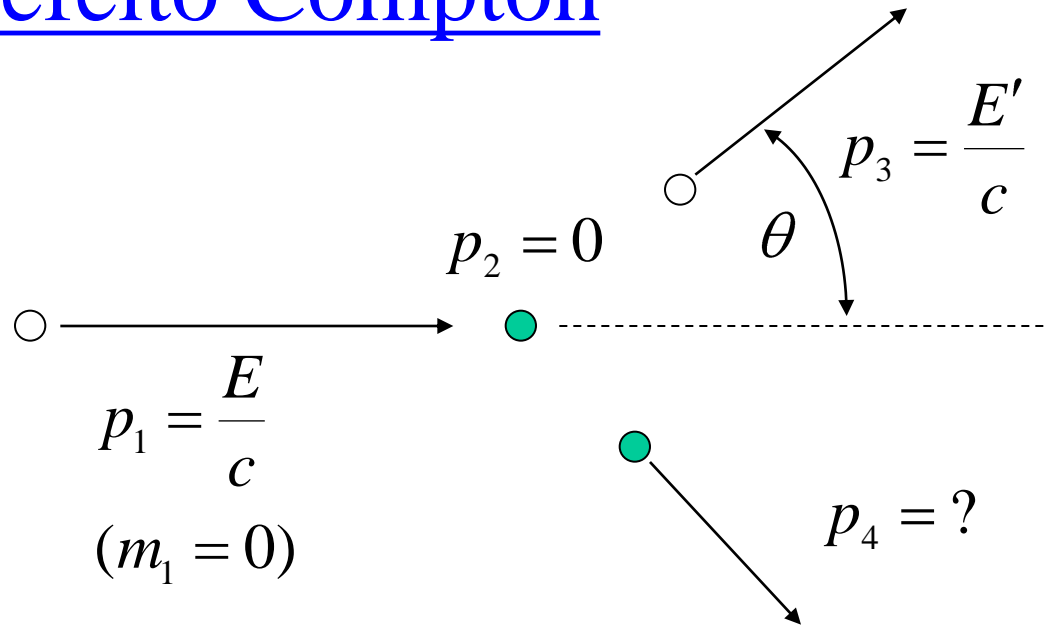
O efeito Compton

Classicamente esperaríamos somente um pico de $\lambda = \lambda_0$ da radiação incidente; entretanto, aparece outro pico...

A explicação é baseada no fato do fóton carregar momento linear (\vec{p}) e energia (E).



O efeito Compton



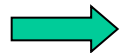
$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}_3 + \vec{p}_4$$

$$E_1 + E_2 = E_3 + E_4$$

$$E^2 = m_0^2 c^4 + p^2 c^2$$

$$\vec{p}_1 - \vec{p}_3 = \vec{p}_4 \quad \Rightarrow \quad p_4^2 = p_1^2 + p_3^2 - 2p_1 p_3 \cos \theta$$

$$E + m_0 c^2 = E' + \sqrt{p_4^2 c^2 + m_0^2 c^4} \quad \Rightarrow \quad (E - E' + m_0 c^2)^2 = p_4^2 c^2 + m_0^2 c^4$$



$$\frac{1}{E'} - \frac{1}{E} = \frac{1}{m_0 c^2} (1 - \cos \theta)$$

O efeito Compton

$$\frac{1}{E'} - \frac{1}{E} = \frac{1}{m_0 c^2} (1 - \cos \theta)$$

Como: $E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$, podemos escrever:

$$\lambda' - \lambda = \frac{hc}{m_0 c^2} (1 - \cos \theta) \quad \longrightarrow \quad \lambda' - \lambda = \frac{h}{m_0 c} (1 - \cos \theta)$$

$$\longrightarrow \quad \Delta\lambda = \lambda_c (1 - \cos \theta) \quad ; \quad \text{onde: } \lambda_c \equiv \frac{h}{m_0 c} \approx 2,43 \times 10^{-12} \text{ m}$$

é o **comprimento de onda de Compton** da partícula espalhadora.

- Se o **elétron** que espalha a radiação estiver **fracamente ligado ao átomo** de carbono, $m_0 = m_e$. Mas se é o **átomo como um todo** que espalha o fóton, então $m_0 = M$, onde M é a massa do átomo. Como isso sempre ocorre, são sempre detectados **dois picos** (para $\theta > 0$) porque:

$$M \gg m_e \Rightarrow \Delta\lambda_{at} \ll \Delta\lambda_e$$



Resumo da aula:

- Planck e o espectro da **radiação de um corpo negro**: introdução do conceito de estados quantizados de energia para os osciladores nas paredes, e de emissão/absorção de quanta de luz de energia $E=h\nu$;
- Einstein e a explicação do **efeito fotoelétrico**: $h\nu = E_{cin} + \phi$ (conceitos de quantum de luz, frequência/comprimento de onda de corte, potencial de corte);
- Compton e o espalhamento de raios-X em alvo de carbono:
 $\lambda' - \lambda = \Delta\lambda = \frac{h}{mc}(1 - \cos\theta)$. Os quanta de radiação têm momento.
Comprimento de onda Compton do elétron
- O nome 'fóton' para o quantum de energia $h\nu$ só foi introduzido por G. Lewis em 1926 .