



Aula 9

Mais ondas de matéria I

Física Geral F-428

Resumo da aula passada:

- Dualidade onda-partícula e o princípio da complementaridade;
- Comprimento de onda de **de Broglie**: $\lambda = h/p$
- Função de onda $\Psi(x, y, z, t)$
- A função de onda que descreverá a partícula é uma solução de uma equação diferencial: a **equação de Schrödinger**:

$$i\hbar \frac{\partial \Psi(\vec{r}, t)}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \Psi(\vec{r}, t) + U(\vec{r}) \Psi(\vec{r}, t)$$

- De função de onda obteremos a densidade de probabilidade de encontrar a partícula $\rho(\vec{r}, t) = |\psi(\vec{r}, t)|^2$

Radiação Eletromagnética

ondas

$$\vec{E}(x, y, z, t) = \vec{E}_0 \sin(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)$$

$$\vec{E}(x, y, z, t) = \vec{E}_0 \sin(kx - \omega t)$$

vetor de Poynting \vec{S} , intensidade I

fótons

$$E = h\nu = \hbar\omega$$

$$\vec{p} = \hbar \vec{k}$$

Partículas

????????

$$E = h\nu = \hbar\omega$$

$$\vec{p} = \hbar \vec{k}$$

Introduzimos a função de onda

$$\Psi(x, y, z, t) ,$$

a qual é uma solução de uma equação diferencial,
a equação de Schrödinger.

A função de onda $\Psi(x,y,z,t)$:

• Uma partícula microscópica será descrita pela chamada **função de onda** $\Psi(\vec{r},t)$, também chamada **amplitude de probabilidade**, à qual podemos aplicar:

• **Princípio da superposição:**

$$\Psi(\vec{r},t) = \Psi_1(\vec{r},t) + \Psi_2(\vec{r},t)$$

• **Interpretação probabilística: (Max Born)**

Densidade de probabilidade:

$$\rho(\vec{r},t) = |\Psi(\vec{r},t)|^2$$

Condição de normalização:

$$\int_V \rho(\vec{r},t) d^3r = 1$$

A função de onda carrega a informação máxima que podemos ter sobre o sistema em questão.

Max Born



A equação de Schrödinger

- Embora tenha obtido alguns sucessos notáveis, a teoria quântica desenvolvida entre 1900 ~ 1920 tinha sérios defeitos. Era uma mistura arbitrária de física clássica com novos postulados, alheios e contraditórios à própria física clássica.



*Erwin Schrödinger
prêmio Nobel: 1933*

- Em **1926**, Schrödinger foi convidado a dar um seminário na Universidade de Zurique sobre a teoria de ***de Broglie***.

Durante o seminário, um dos ouvintes perguntou como ele podia falar abertamente sobre uma **onda associada ao elétron**, se não havia nenhuma **equação de onda** !

Alguns meses depois, Schrödinger apresentou a equação de onda, dando início à ***Mecânica Quântica moderna***.

A equação de Schrödinger

- Os fenômenos ondulatórios, **independentemente da sua origem**, têm a sua **evolução temporal** descrita por equações de onda do tipo:

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{F}(\vec{r}, t)}{\partial t^2} - \nabla^2 \vec{F}(\vec{r}, t) = 0$$

onde $\vec{F}(\vec{r}, t)$ é a variável dinâmica de interesse; por exemplo, o campo elétrico ou o campo magnético de uma onda eletromagnética.

- Se quisermos investigar a evolução temporal da densidade de probabilidade $\rho(\vec{r}, t) = |\Psi(\vec{r}, t)|^2$, devemos estudar como $\Psi(\vec{r}, t)$ varia no tempo. No que segue, vamos fazer essa análise apenas para **partículas com massa!**

A equação de Schrödinger

Em geral, podemos dizer que para uma **onda plana** temos:

$$\Psi(\vec{r}, t) = \Psi_0 \exp(i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t))$$

Derivando $\Psi(\vec{r}, t)$ com relação a t :

$$\frac{\partial \Psi(\vec{r}, t)}{\partial t} = -i\omega \Psi(\vec{r}, t)$$

Tomando o gradiente de $\Psi(\vec{r}, t)$, e depois a sua divergência:

$$\vec{\nabla} \Psi(\vec{r}, t) = i\vec{k} \Psi(\vec{r}, t) \Rightarrow$$

$$\vec{\nabla} \cdot [\vec{\nabla} \Psi(\vec{r}, t)] = \nabla^2 \Psi(\vec{r}, t) = -k^2 \Psi(\vec{r}, t)$$

A equação de Schrödinger

Então:

$$\frac{\partial \Psi(\vec{r}, t)}{\partial t} = -i\omega \Psi(\vec{r}, t) \rightarrow$$

$$i\hbar \frac{\partial \Psi(\vec{r}, t)}{\partial t} = \hbar\omega \Psi(\vec{r}, t) = E\Psi(\vec{r}, t)$$

$$\nabla^2 \Psi(\vec{r}, t) = -k^2 \Psi(\vec{r}, t) \rightarrow$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \Psi(\vec{r}, t) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \Psi(\vec{r}, t) = \frac{p^2}{2m} \Psi(\vec{r}, t) = E\Psi(\vec{r}, t)$$



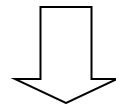
Equação de Schrödinger da partícula livre ($E = E_{cin}$; $U = 0$) :

$$i\hbar \frac{\partial \Psi(\vec{r}, t)}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \Psi(\vec{r}, t)$$

A equação de Schrödinger

Mas, no caso geral, não-relativístico: $E = E_{cin} + E_{pot} = E_{cin} + U$

$$E = \frac{p^2}{2m} + U(\vec{r}) \Rightarrow E\Psi(\vec{r}, t) = \frac{p^2}{2m}\Psi(\vec{r}, t) + U(\vec{r})\Psi(\vec{r}, t)$$



Equação de Schrödinger :
(*Postulada!*)

$$i\hbar \frac{\partial \Psi(\vec{r}, t)}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \Psi(\vec{r}, t) + U(\vec{r})\Psi(\vec{r}, t)$$

(Equação de Schrödinger dependente do tempo)



Erwin Schrödinger
(1887-1961)

A equação de Schrödinger

Os casos que vamos tratar aqui \Rightarrow Onda de variáveis separáveis:

(casos de E constante)
$$\Psi(\vec{r}, t) = \psi(\vec{r}) \exp(-i\omega t)$$

Substituindo essa expressão na Equação de Schrödinger:

$$i\hbar \frac{\partial \Psi(\vec{r}, t)}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \Psi(\vec{r}, t) + U(\vec{r}) \Psi(\vec{r}, t)$$

e cancelando as exponenciais dependentes do tempo, obteremos:

$$\hbar\omega\psi(\vec{r}) = E\psi(\vec{r}) = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi(\vec{r}) + U(\vec{r})\psi(\vec{r})$$

$$\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi(\vec{r}) + [E - U(\vec{r})]\psi(\vec{r}) = 0$$

(Equação de Schrödinger independente do tempo)

A partícula livre em 1-D

Para encontrar a solução geral de:

$$i\hbar \frac{\partial \Psi(\vec{r}, t)}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi(\vec{r}, t) + U(\vec{r}) \psi(\vec{r}, t)$$

$$\Psi(\vec{r}, t) = \psi(\vec{r}) \exp(-i\omega t)$$

devemos resolver inicialmente:

$$-\frac{2m}{\hbar^2} \times \left[-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \psi(x)}{dx^2} = [E - U(x)] \psi(x) \right] ; \quad U(x) = 0$$



$$\frac{d^2 \psi(x)}{dx^2} + k^2 \psi(x) = 0 \quad ; \text{ com } k^2 = \frac{2m(E - U)}{\hbar^2} = \frac{2mE}{\hbar^2}$$

$$\text{como } U(x) = 0 \rightarrow E = E_{\text{cin}}$$

A partícula livre em 1-D

$$\Psi(\vec{r}, t), \frac{d^2\psi(x)}{dx^2} + k^2\psi(x) = 0$$

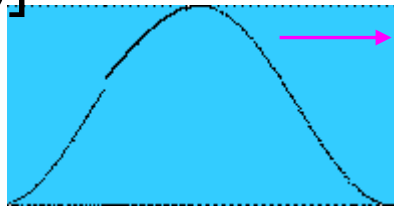
Solução geral: $\psi(x) = A \exp(ikx) + B \exp(-ikx)$

como: $\exp(\pm i\theta) = \cos\theta \pm i \sin\theta \longrightarrow$

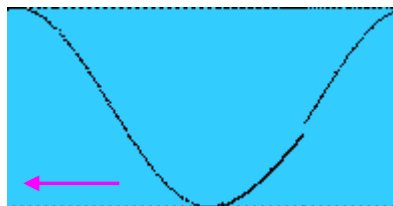
$\psi(x) = A' \cos kx + B' \sin kx$; com $A' = (A + B)$; $B' = i(A - B)$

$$\Psi(\vec{r}, t) = A \exp[i(kx - \omega t)] + B \exp[-i(kx + \omega t)]$$

$\Psi(x, t) \propto \exp[i(kx - \omega t)] \longrightarrow$ Onda propagante para a direita:



$\Psi(x, t) \propto \exp[-i(kx + \omega t)] \longrightarrow$ Onda propagante para a esquerda:



A partícula livre em 1-D

$$\psi(x) = A \exp(ikx) + B \exp(-ikx)$$

Façamos: $A = \psi_0$ e $B = 0$ $\rightarrow \psi(x) = \psi_0 \exp(ikx)$

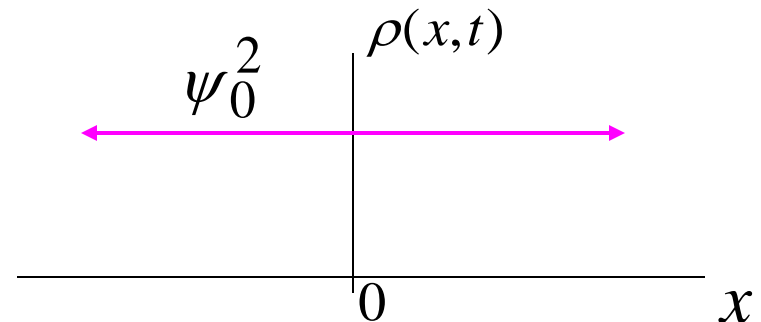
e $\Psi(x, t) = \psi_0 \exp i(kx - \omega t)$ onde $\omega = \omega(k) = \frac{\hbar k^2}{2m}$

pois: $\hbar\omega = \frac{p^2}{2m} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$

A densidade de probabilidade para encontrar a partícula será:

$$\rho(x, t) = |\Psi(x, t)|^2 = \Psi^* \Psi = \psi^* \psi = \psi_0^2 = \text{constante!} \quad \text{para } -\infty < x < +\infty$$

• Ou seja: uma partícula livre pode ser encontrada em qualquer ponto sobre o eixo x , com a mesma probabilidade.



O princípio da incerteza de Heisenberg

- É inerente à Mecânica Quântica e se aplica sempre aos pares das chamadas **variáveis incompatíveis**. Essas são variáveis que **não podem ser medidas simultaneamente com precisão ilimitada!**
 - Ex.: a **posição** e o **momento linear** de uma partícula quântica:

Em 3-D:

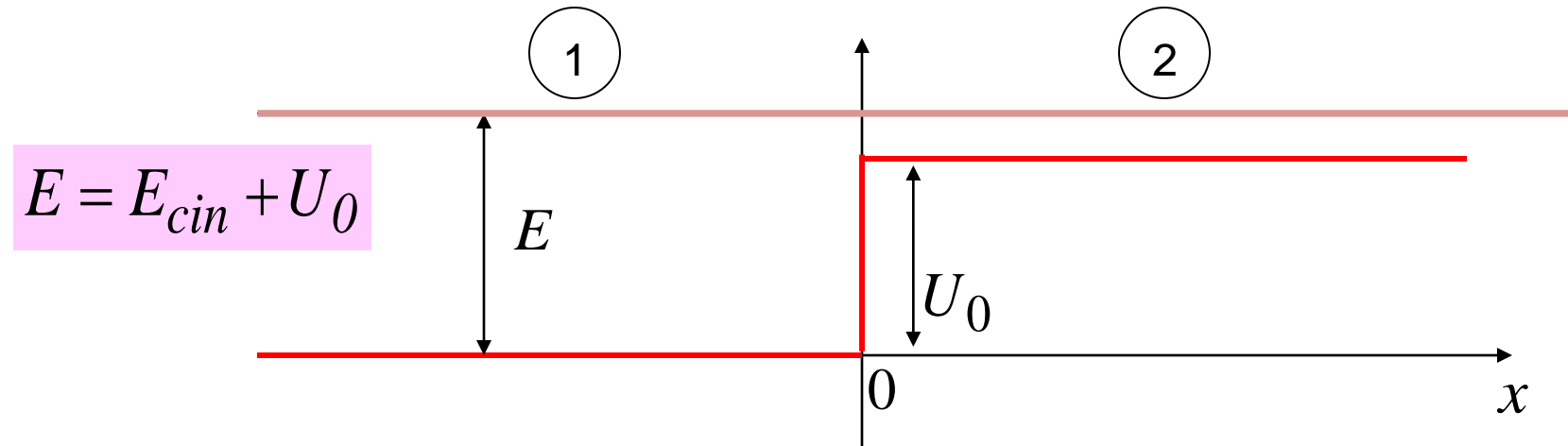
$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta x \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2} \\ \Delta y \Delta p_y \geq \frac{\hbar}{2} \\ \Delta z \Delta p_z \geq \frac{\hbar}{2} \end{array} \right.$$



*Werner Heisenberg
(1901- 1976)*

O potencial degrau

$$\frac{d^2\psi(x)}{dx^2} + k^2\psi(x) = 0 \quad ; \quad \text{onde} \quad k^2 = \frac{2m(E-U)}{\hbar^2}$$

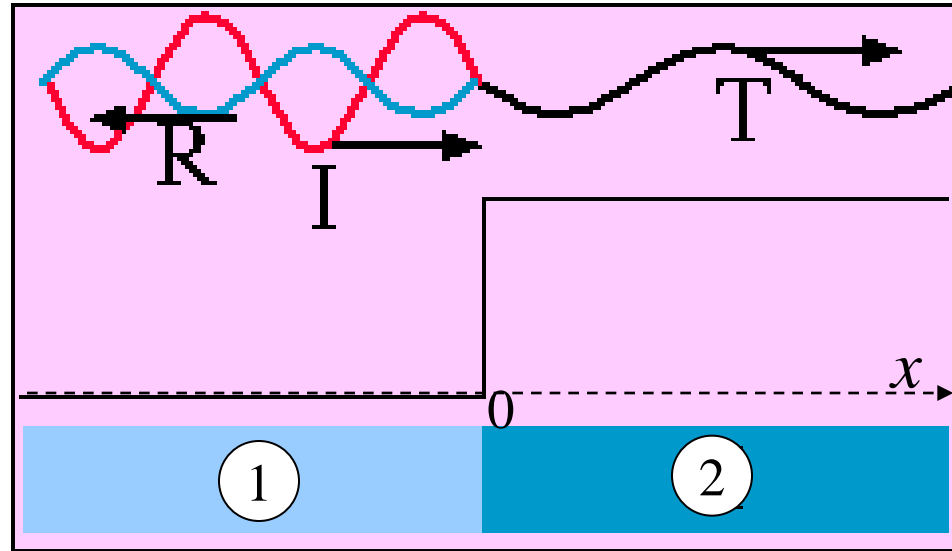


I) $E > U_0$:

$$\text{se } x < 0; \quad \frac{d^2\psi_1(x)}{dx^2} + k_1^2\psi_1(x) = 0 \quad ; \quad \text{onde} \quad k_1^2 = \frac{2mE}{\hbar^2}$$

$$\text{se } x > 0; \quad \frac{d^2\psi_2(x)}{dx^2} + k_2^2\psi_2(x) = 0; \quad \text{onde} \quad k_2^2 = \frac{2m(E-U_0)}{\hbar^2}$$

O potencial degrau



$$E > U_0:$$

Soluções gerais:

$$x < 0: \psi_1(x) = A \exp(ik_1x) + B \exp(-ik_1x) \quad ; \quad \text{onde} \quad k_1^2 = \frac{2mE}{\hbar^2}$$

(I) (R)

$$x > 0: \psi_2(x) = C \exp(ik_2x) + D \exp(-ik_2x) \quad ; \quad \text{onde} \quad k_2^2 = \frac{2m(E - U_0)}{\hbar^2}$$

(T) (R)

mas : $D = 0$, pois não há onda refletida para $x > 0$.

O potencial degrau

Como ψ e $\frac{d\psi}{dx}$ são funções contínuas :

$$\left\{ \begin{array}{l} \psi(x=0^-) = \psi(x=0^+) \\ \left[\frac{d\psi}{dx} \right]^{x=0^-} = \left[\frac{d\psi}{dx} \right]^{x=0^+} \end{array} \right.$$

O que leva a:

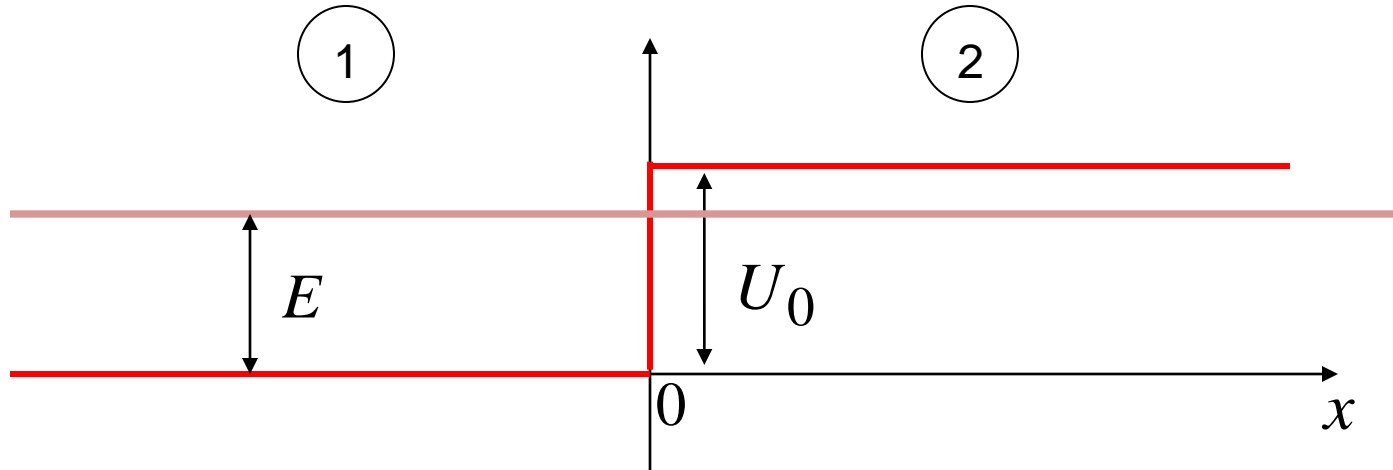
$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{B}{A} = \frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2} \quad ; \text{ amplitude de reflexão} \\ \frac{C}{A} = \frac{2k_1}{k_1 + k_2} \quad ; \text{ amplitude de transmissão} \end{array} \right.$$

E poderemos definir:

$$\left. \begin{array}{l} R = -\frac{J_{\text{ref}}}{J_{\text{inc}}} = \left| \frac{B}{A} \right|^2 = \left(\frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2} \right)^2 \\ T = \frac{J_{\text{trans}}}{J_{\text{inc}}} = \frac{k_2}{k_1} \left| \frac{C}{A} \right|^2 = \frac{4k_1 k_2}{(k_1 + k_2)^2} \end{array} \right\} \longrightarrow \boxed{R + T = 1}$$

O potencial degrau

$$\frac{d^2\psi(x)}{dx^2} + k^2\psi(x) = 0 \quad ; \quad \text{onde} \quad k^2 = \frac{2m(E-U)}{\hbar^2}$$



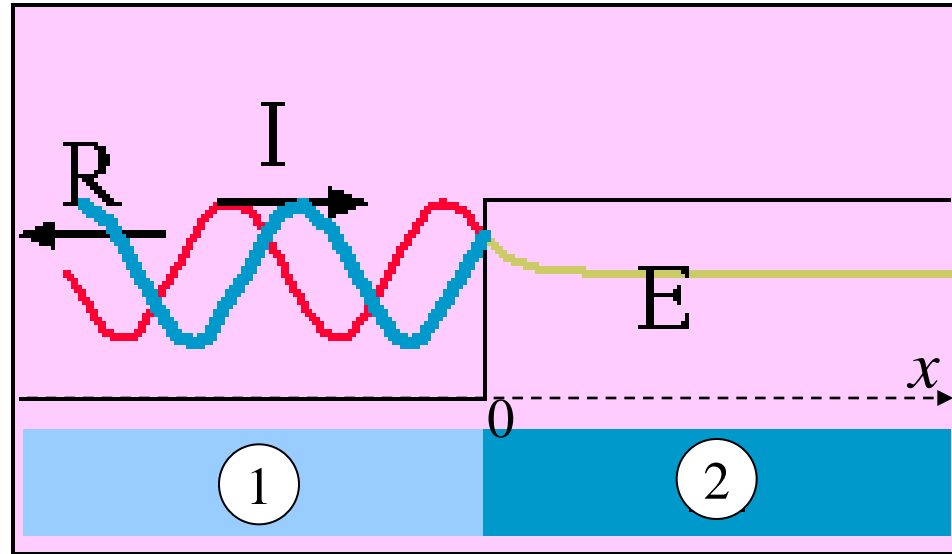
II) $E < U_0$:

$$\text{se } x < 0; \quad \frac{d^2\psi_1(x)}{dx^2} + k_1^2\psi_1(x) = 0 \quad ; \quad \text{onde} \quad k_1^2 = \frac{2mE}{\hbar^2}$$

$$\text{se } x > 0; \quad \frac{d^2\psi_2(x)}{dx^2} - \kappa_2^2\psi_2(x) = 0 \quad ; \quad \text{onde} \quad \kappa_2^2 = \frac{2m(U_0 - E)}{\hbar^2}$$

O potencial degrau

$E < U_0$:



$$x < 0 : \quad \psi_1(x) = A \exp(ik_1x) + B \exp(-ik_1x) \quad ; \quad \text{onde} \quad k_1^2 = \frac{2mE}{\hbar^2}$$

$$x > 0 : \quad \psi_2(x) = C \exp(-\kappa_2x) + \cancel{D \exp(\kappa_2x)} \quad ; \quad \text{onde} : \quad \kappa_2^2 = \frac{2m(U_0 - E)}{\hbar^2}$$

O potencial degrau

Como ψ e $\frac{d\psi}{dx}$ são funções contínuas \rightarrow

$$\frac{B}{A} = \frac{k_1 - i\kappa_2}{k_1 + i\kappa_2} \quad ; \text{ amplitude de reflexão}$$

$$R = -\frac{J_{\text{ref}}}{J_{\text{inc}}} = \left| \frac{B}{A} \right|^2 = \frac{BB^*}{AA^*} = 1 \quad ; \quad T = 0$$

$$\psi_2(x) = C \exp(-\kappa_2 x) \Rightarrow$$

$$L = \kappa_2^{-1} = \frac{\hbar}{\sqrt{2m(U_0 - E)}}$$

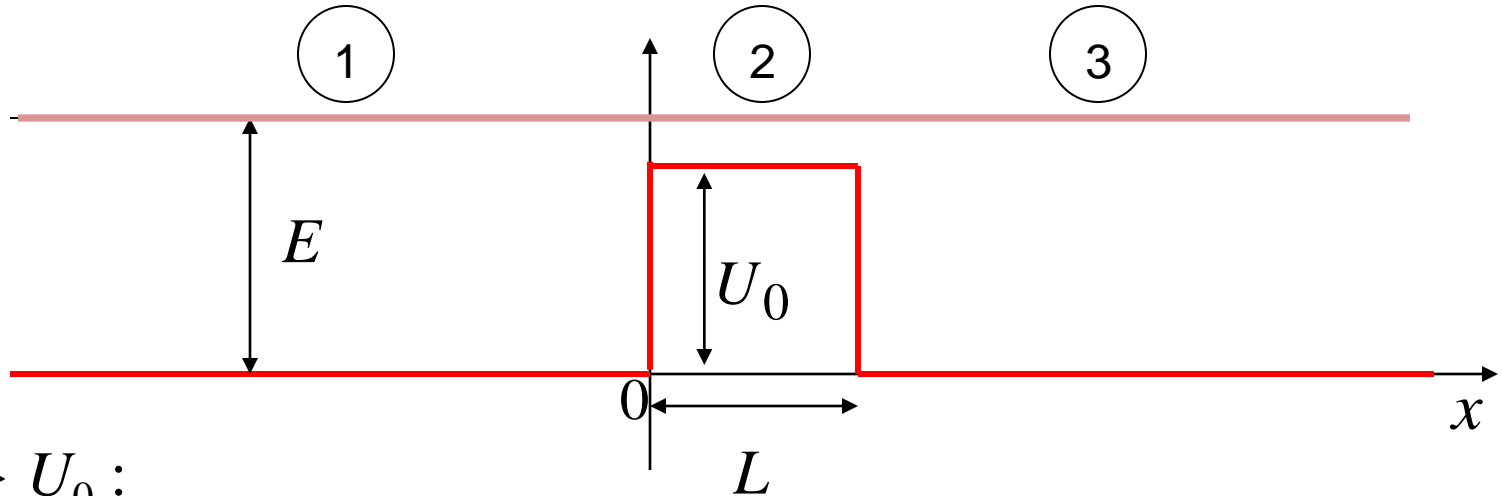
Comprimento de penetração

[wavemechanics-step](#)



A barreira de potencial

$$\frac{d^2\psi(x)}{dx^2} + k^2\psi(x) = 0 \quad ; \quad \text{onde} \quad k^2 = \frac{2m(E-U)}{\hbar^2}$$



I) $E > U_0$:

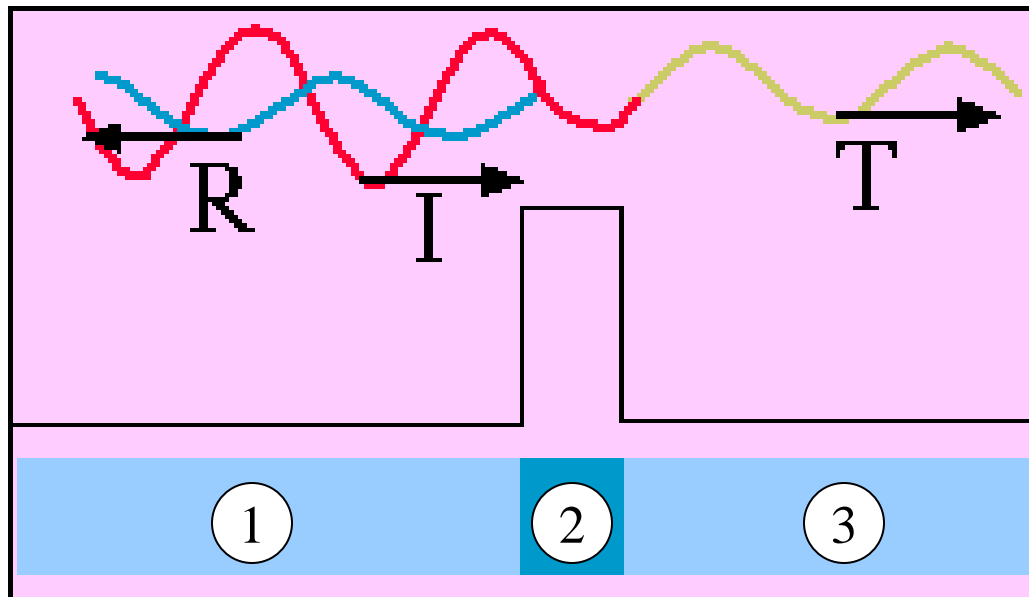
$$\text{se } x < 0; \quad \frac{d^2\psi_1(x)}{dx^2} + k_1^2\psi_1(x) = 0 \quad ; \quad \text{onde} \quad k_1^2 = \frac{2mE}{\hbar^2}$$

$$\text{se } L > x > 0; \quad \frac{d^2\psi_2(x)}{dx^2} + k_2^2\psi_2(x) = 0 \quad ; \quad \text{onde} \quad k_2^2 = \frac{2m(E-U_0)}{\hbar^2}$$

$$\text{se } x > L; \quad \frac{d^2\psi_3(x)}{dx^2} + k_3^2\psi_3(x) = 0 \quad ; \quad \text{onde} \quad k_3^2 = k_1^2 = \frac{2mE}{\hbar^2}$$

A barreira de potencial

$E > U_0$:



$$\psi_1(x) = A \exp(ik_1x) + B \exp(-ik_1x) ; \text{ onde } k_1^2 = \frac{2mE}{\hbar^2}$$

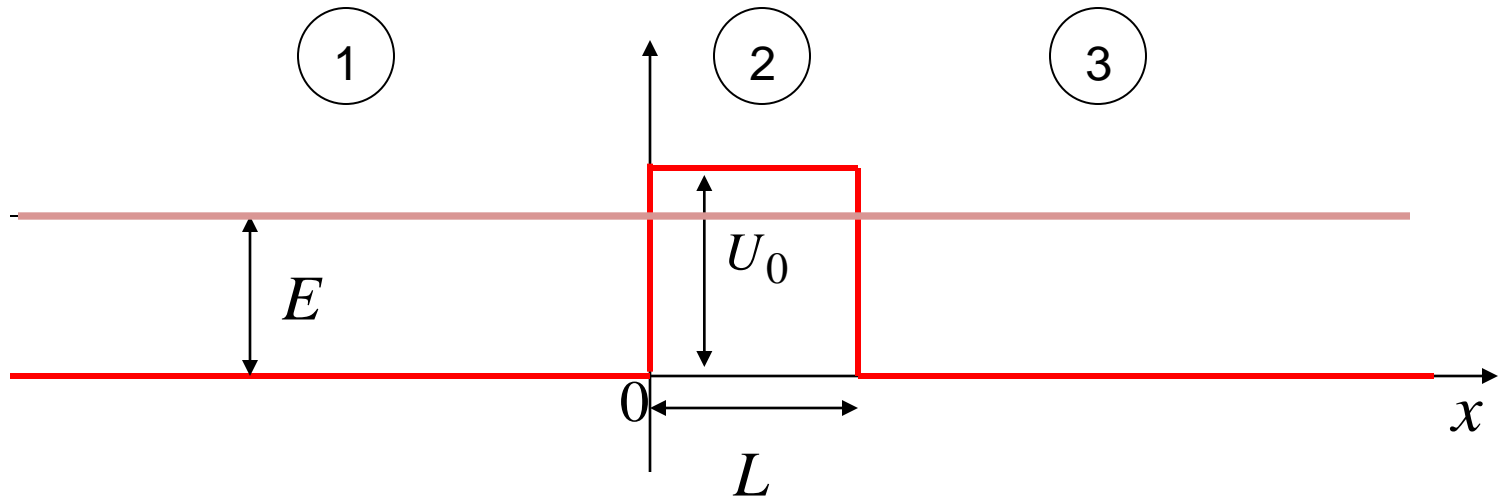
$$\psi_2(x) = C \exp(ik_2x) + D \exp(-ik_2x) ; \text{ onde } k_2^2 = \frac{2m(E - U_0)}{\hbar^2}$$

$$\psi_3(x) = E \exp(ik_3x) + \cancel{F \exp(-ik_3x)} ; \text{ onde } k_3^2 = k_1^2 = \frac{2mE}{\hbar^2}$$

0

A barreira de potencial

$$\frac{d^2\psi(x)}{dx^2} + k^2\psi(x) = 0 \quad ; \text{ onde } k^2 = \frac{2m(E-U)}{\hbar^2}$$



II) $E < U_0$:

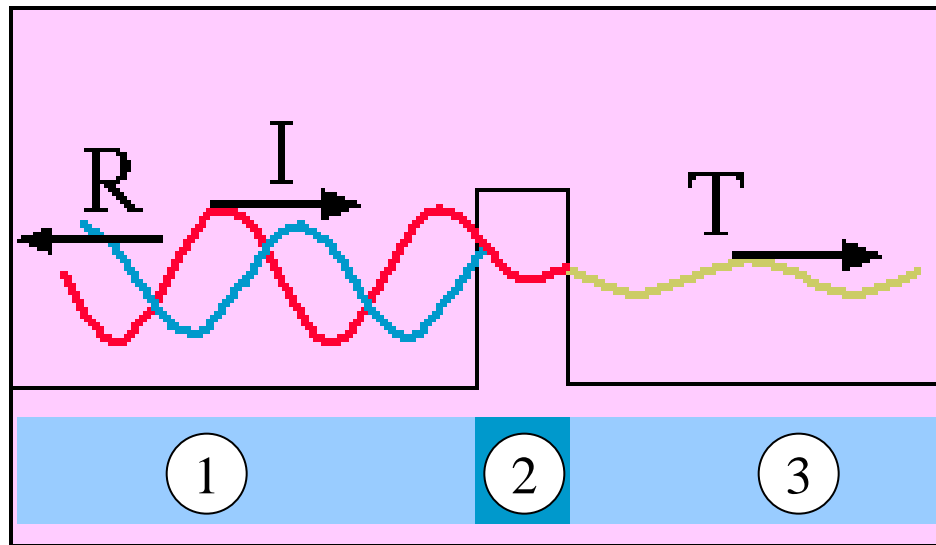
$$\text{se } x < 0; \quad \frac{d^2\psi_1(x)}{dx^2} + k_1^2\psi_1(x) = 0 \quad ; \text{ onde } k_1^2 = \frac{2mE}{\hbar^2}$$

$$\text{se } L > x > 0; \quad \frac{d^2\psi_2(x)}{dx^2} - \kappa_2^2\psi_2(x) = 0 \quad ; \text{ onde } \kappa_2^2 = \frac{2m(U_0 - E)}{\hbar^2}$$

$$\text{se } x > L; \quad \frac{d^2\psi_3(x)}{dx^2} + k_3^2\psi_3(x) = 0 \quad ; \text{ onde } k_3^2 = k_1^2 = \frac{2mE}{\hbar^2}$$

A barreira de potencial

$E < U_0$:



$$\psi_1(x) = A \exp(ik_1x) + B \exp(-ik_1x) \quad ; \text{ onde } k_1^2 = \frac{2mE}{\hbar^2}$$

$$\psi_2(x) = C \exp(-\kappa_2x) + D \exp(\kappa_2x) \quad ; \text{ onde } \kappa_2^2 = \frac{2m(U_0 - E)}{\hbar^2}$$

$$\psi_3(x) = E \exp(ik_3x) + \cancel{F \exp(-ik_3x)} \quad ; \text{ onde } k_3^2 = k_1^2 = \frac{2mE}{\hbar^2}$$

0

A barreira de potencial

Como ψ e $\frac{d\psi}{dx}$ são funções contínuas \rightarrow

Coefficiente de transmissão ou taxa de tunelamento: $T = \frac{EE^*}{AA^*}$

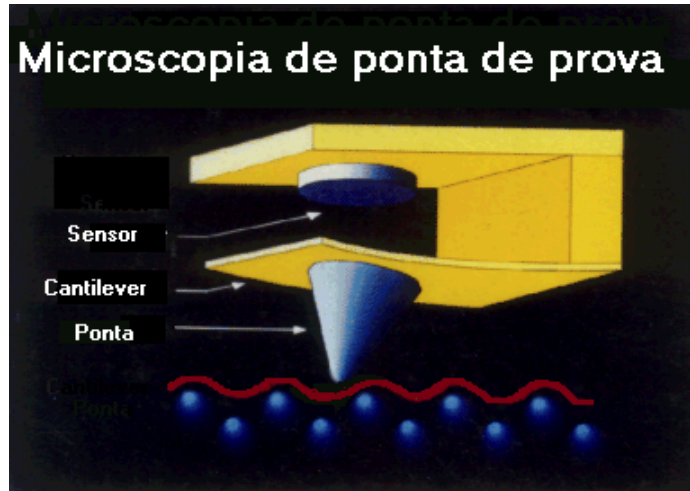
$$T \approx [\exp(-\kappa L)]^2 = \exp(-2\kappa L) \quad ; \quad \text{onde } \kappa = \sqrt{\frac{2m(U_0 - E)}{\hbar^2}}$$

$$R = 1 - T \approx 1 - \exp(-2\kappa L)$$

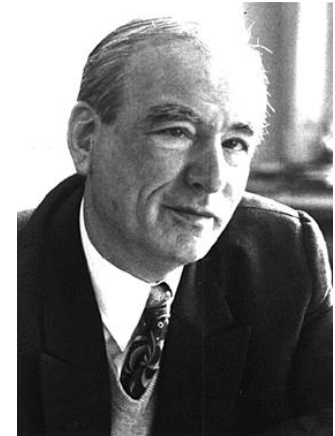
Coefficiente de reflexão



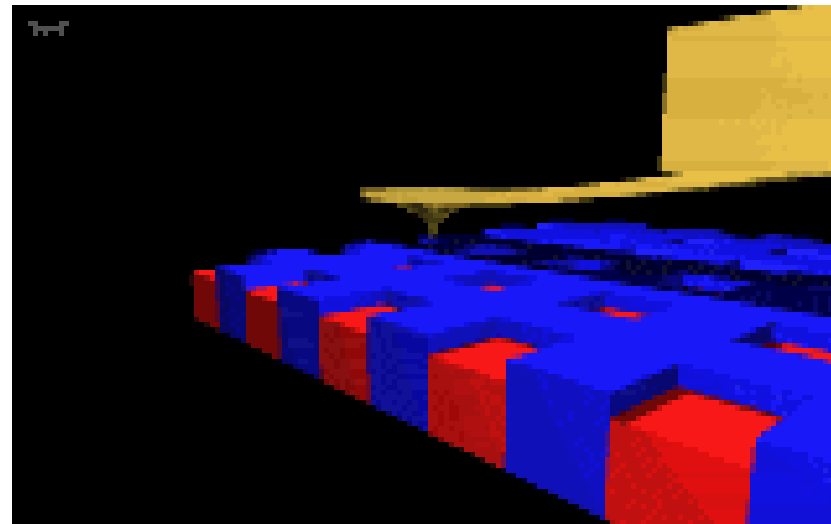
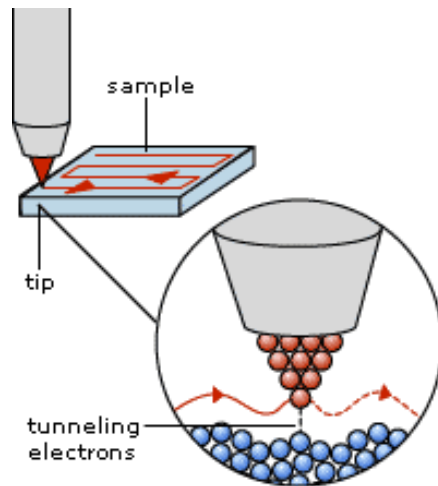
O microscópio de varredura



Prêmio Nobel 1986:
Heinrich Rohrer, Gerd
Binnig e Ernst Ruska



E. Ruska



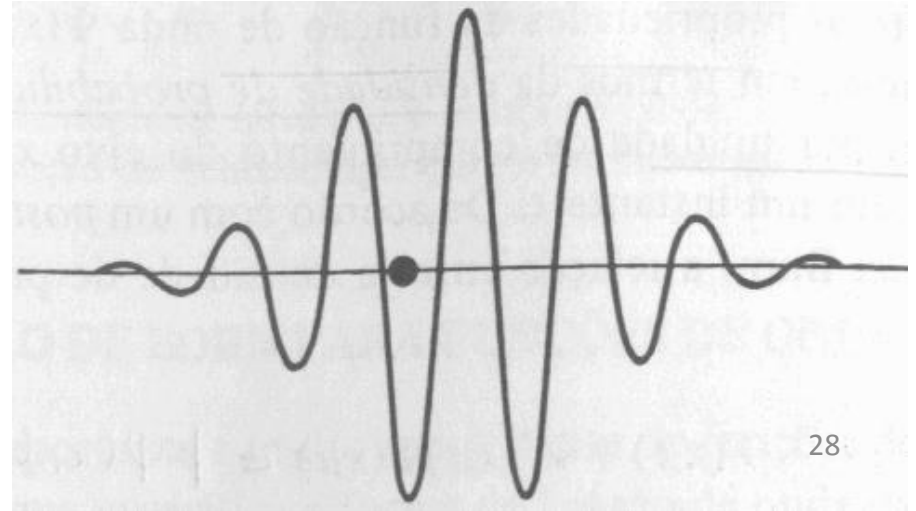
[wavemechanics-stm](#)

Até agora...

Vimos, até agora, três postulados da Mecânica Quântica:

- Toda partícula possui uma função de onda $\Psi(x,y,z,t)$ associada a ela.
- A forma e a evolução temporal desta $\Psi(x,y,z,t)$ é determinada pela **equação de Schrödinger**.
- Em uma dimensão, dada a função $\Psi(x,t)$, a densidade de probabilidade da partícula ser encontrada em torno de um ponto x (*entre x e $x+dx$*), **num dado instante t** , é dada por:

$$\rho(x,t) = |\Psi(x,t)|^2$$



A Equação de Schrödinger e a Quantização de Energia

- Para uma *partícula clássica confinada* a uma região limitada do espaço, a teoria de Schrödinger prevê que a *energia total da partícula é quantizada*.
- Quando a partícula *não estiver confinada* em uma região limitada, a teoria prevê que a sua *energia total pode apresentar qualquer valor*.

Elétron confinado

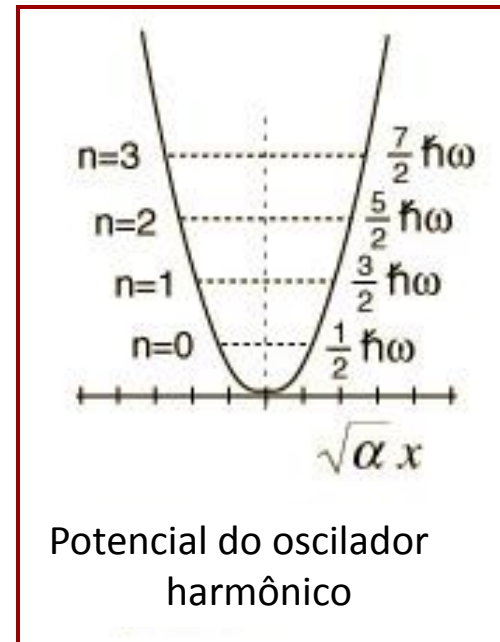
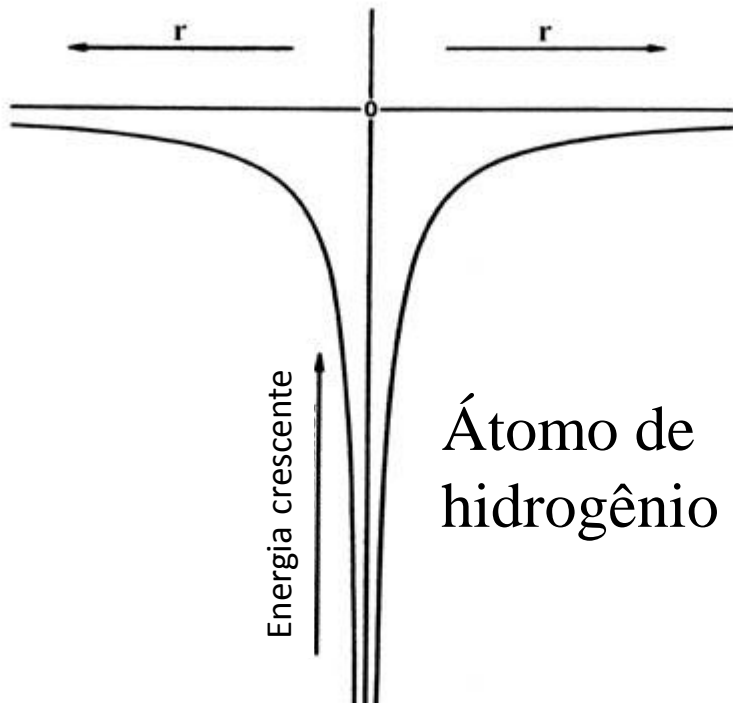
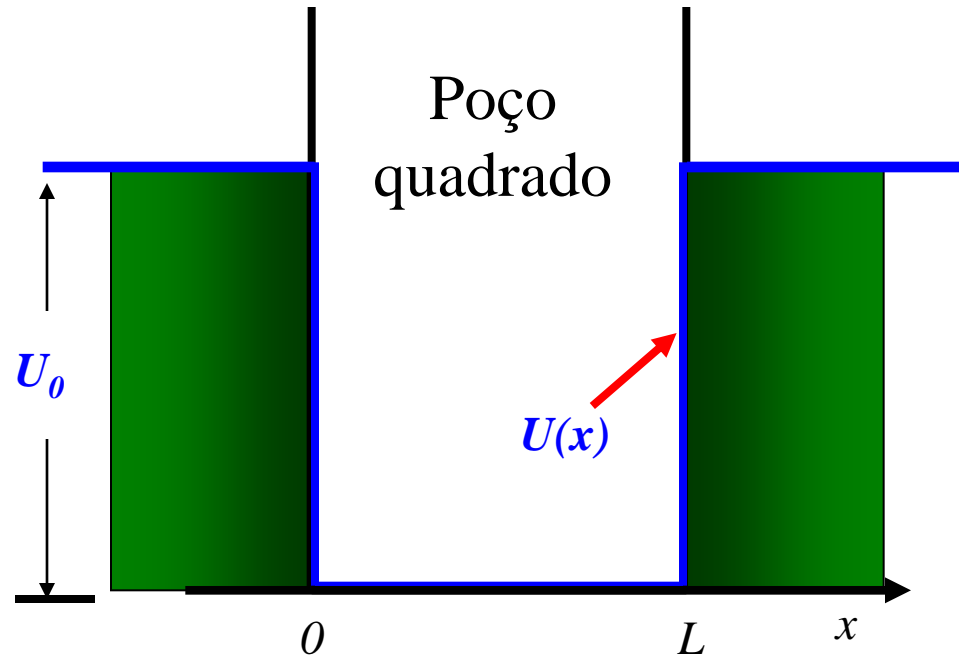
- O **confinamento** de uma onda leva à **quantização**, ou seja, à existência de **estados ligados discretos**, com **energias discretas**.

Analogia:

Ondas estacionárias em uma corda  estados estacionários

Exemplos de Potenciais:

- Armadilhas em 1, 2 e 3 dimensões.
- Átomos.



No caso de partícula confinada:
Equação de Schrödinger
independente do tempo

$$\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi(\vec{r}) + [E - U(\vec{r})] \psi(\vec{r}) = 0$$

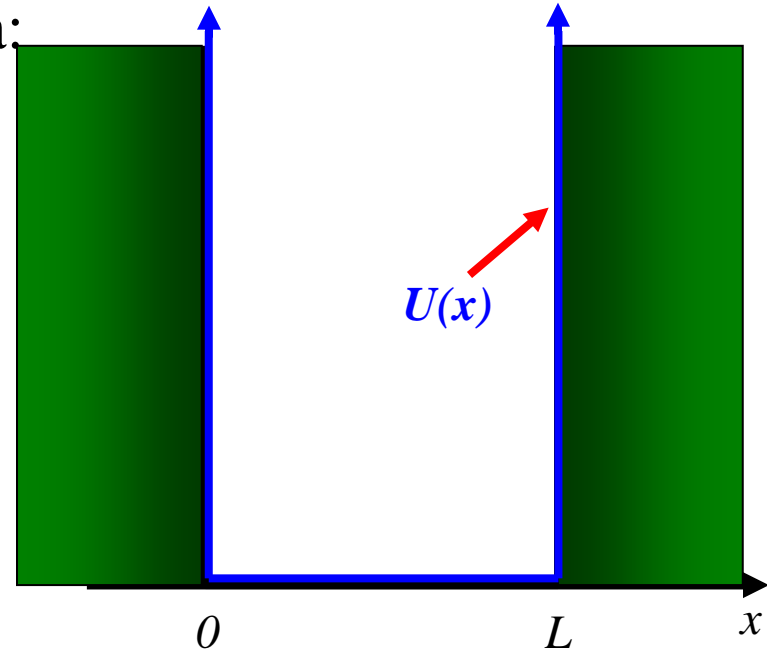
Sempre que $E - U(\vec{r}) < 0 \rightarrow$ { teremos **estados ligados** que são **quantizados: apenas estados com certas energias são possíveis.**

Partícula em uma “Caixa” (=“poço”)

Vamos resolver a equação de Schrödinger para uma partícula confinada a uma caixa de paredes “**impenetráveis**”. Isto é, uma partícula sujeita a um potencial de forma:

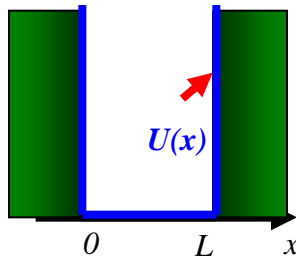
$$U(x) = 0, \text{ para } 0 < x < L$$

$$U(x) = \infty, \text{ para } x < 0 \text{ ou } x > L$$



• Como o **potencial é infinito**, a partícula deve se encontrar rigorosamente no interior da caixa, portanto, devemos ter:

$$\psi(x) = 0, \text{ para } x = 0 \text{ e } x = L \text{ (condição de contorno).}$$



$$\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi(\vec{r}) + [E - U(\vec{r})] \psi(\vec{r}) = 0$$

No interior da caixa:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \psi(x)}{dx^2} = E \psi(x)$$

ou:

$$\frac{d^2 \psi(x)}{dx^2} = -\frac{2mE}{\hbar^2} \psi(x) = -k^2 \psi(x) \quad ; \quad k = \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}}$$

A solução geral desta equação pode ser escrita como:

$$\psi(x) = A \sin(kx) + B \cos(kx)$$

A condição de contorno: $\psi(0) = 0 \quad \longrightarrow \quad \psi(x) = A \sin kx$

A condição de contorno: $\psi(L) = 0$:

$$\psi(L) = A \sin kL = 0 \quad \longrightarrow \quad kL = n\pi \quad \longrightarrow \quad k_n = \frac{n\pi}{L}$$

Escrita em termos dos comprimentos de onda:

Veja que $L=n\lambda/2$

$$k_n = \frac{2\pi}{\lambda_n} = n \frac{\pi}{L} \quad \rightarrow \quad \lambda_n = \frac{2L}{n}; \quad n = 1, 2, \dots$$

que corresponde à condição de formação de ondas estacionárias.

As funções de onda serão dadas por:

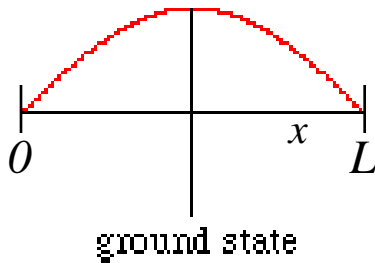
$$\psi_n(x) = A_n \text{sen}(k_n x) = A_n \text{sen}\left(\frac{n\pi x}{L}\right)$$

- Para cada n temos uma $\psi_n(x)$; onde n é um **número quântico**.
- Como temos um *sistema unidimensional*, $\psi_n(x)$ é completamente determinada por **apenas um número quântico**.

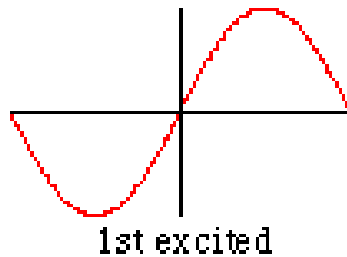
Funções de onda

$$\psi_n(x) = A_n \text{sen}(k_n x) = A_n \text{sen}\left(\frac{n\pi x}{L}\right) ; \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

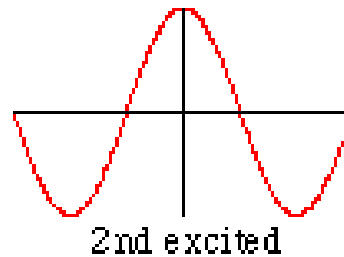
$n = 1$



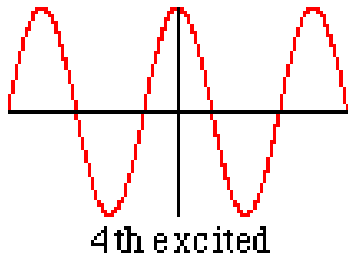
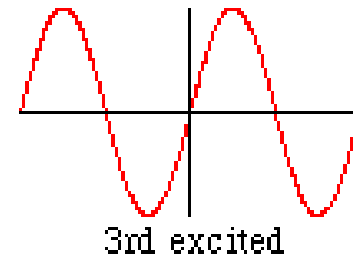
$n = 2$



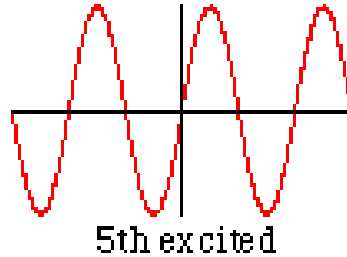
$n = 3$



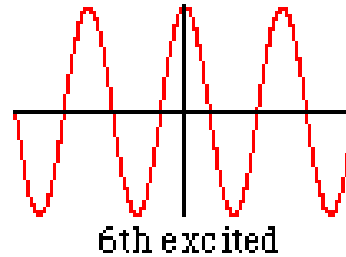
$n = 4$



$n = 5$



$n = 6$



$n = 7$

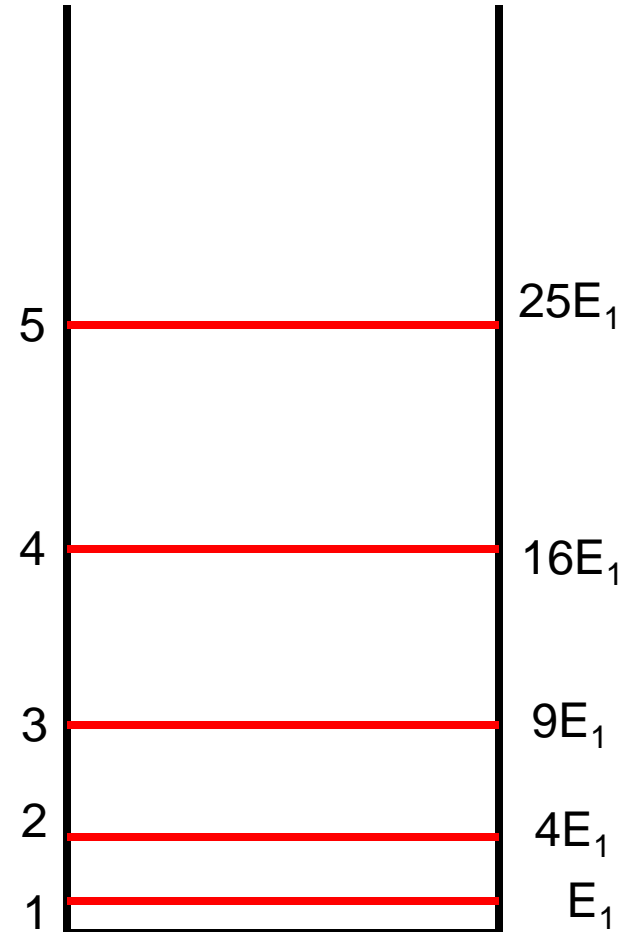
$$\lambda_n = \frac{2L}{n}$$

As energias (cinéticas) associadas a estas funções são dadas por:

$$E = \frac{(\hbar k)^2}{2m}$$

$$k_n = \frac{n\pi}{L}$$

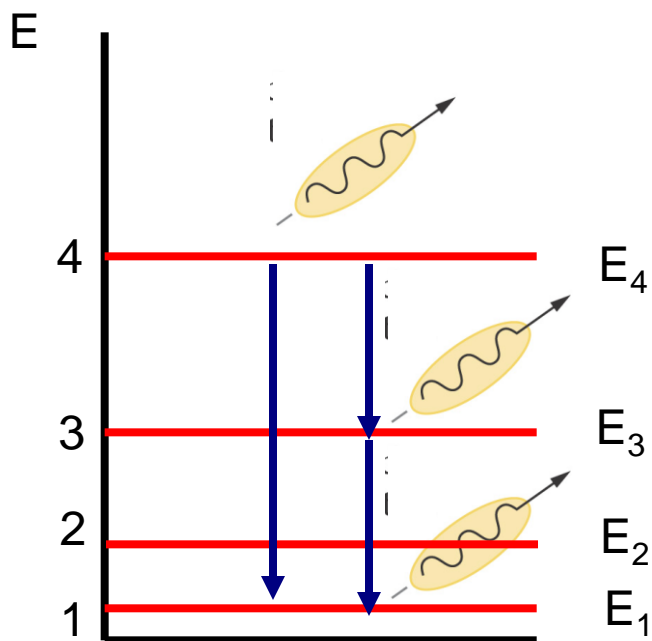
$$E_n = \frac{\hbar^2 k_n^2}{2m} = \left(\frac{h^2}{8mL^2} \right) n^2$$



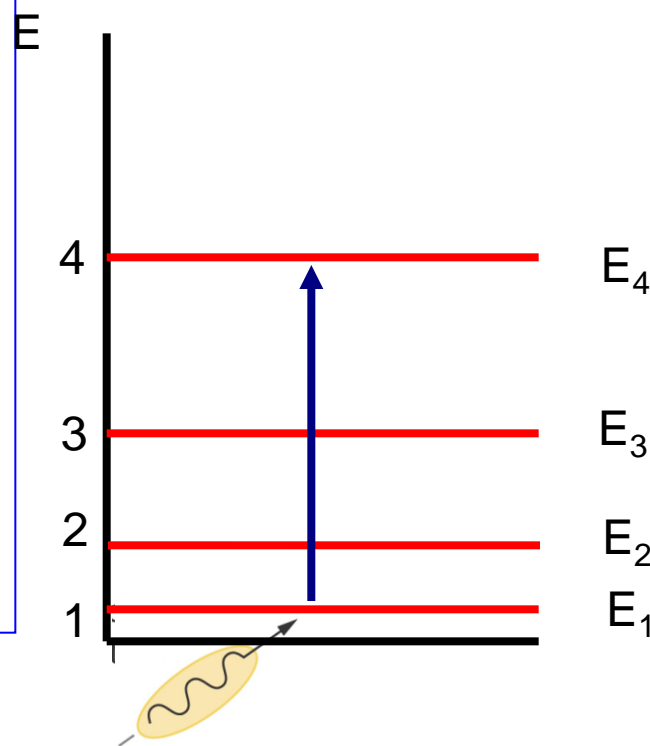
- O sistema pode passar de um estado n para um n' , de energia menor, emitindo um fóton de frequência ν :

$$E_n = \frac{\hbar^2 k_n^2}{2m} = \left(\frac{h^2}{8mL^2} \right) n^2$$

$$h\nu = \Delta E = E_n - E_{n'}$$



O sistema pode também sofrer uma transição para um estado de energia maior, absorvendo um fóton.



O estado de energia mais baixa é chamado de *estado fundamental*.

Resumo da aula:

- Equação de Schrödinger;
- Resolvemos a equação de Schrödinger para situações simples (potencial degrau, barreira de potencial);
- Resolvemos a equação de Schrödinger confinada em um poço de potencial infinito em uma dimensão (1D) \Rightarrow energias discretas.